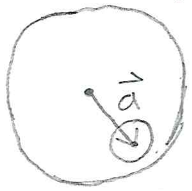
ΕΞΕΤΑΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ ΦΙΙ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2020

ΔΙΑΒΑΣΤΕ ΠΟΛΥ ΠΡΟΣΕΚΤΙΚΑ ΤΗΝ ΕΚΦΩΝΗΣΗ ΤΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ.
ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΙ ΝΑ ΓΡΑΨΕΤΕ ΚΑΛΑ, Ι. ΠΑΠΑΔΑΚΗΣ.

1ο Θέμα: Μία μη αγώγιμη, συμπαγής σφαίρα έχει ομοιόμορφη χωρική πυκνότητα φορτίου ρ. Έστω ότι $\vec{r}$ είναι το διάνυσμα από το κέντρο της σφαίρας μέχρι κάποιο τυχαίο σημείο P εντός της σφαίρας.

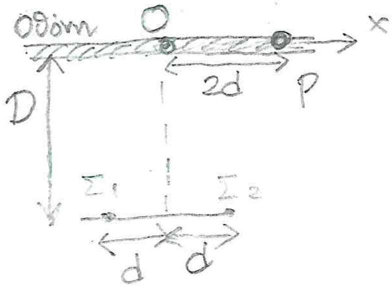


α) Δείξτε ότι το ηλεκτρικό πεδίο στο P δίνεται από τη σχέση: $\vec{E}=\rho\vec{r}/3\varepsilon_0$. **(1)**. **β)** Μια σφαιρική κοιλότητα δημιουργείται στη σφαίρα όπως φαίνεται στο σχήμα. Δείξτε ότι το ηλεκτρικό πεδίο σε όλα τα σημεία εντός της κοιλότητας είναι ομογενές και ίσο με $\vec{E}=\rho\vec{a}/3\varepsilon_0$. **(1)**

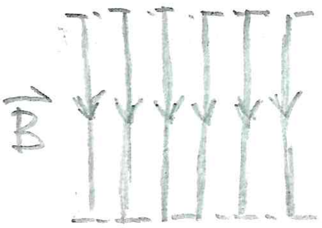
2ο Θέμα: Τη χρονική στιγμή $t=0$, μία μπαταρία $45\ V$ εφαρμόζεται στα άκρα πηνίου με επαγωγή $L=50\ mH$ και αντίσταση $R=180\ \Omega$. Με τι ρυθμό αυξάνεται αυξάνεται το ρεύμα στο πηνίο τη στιγμή $t=1.2\ ms$; **(2)**

3ο Θέμα: Μία γομολάστιχα ύψους $1\ cm$ τοποθετείται μπροστά από σύστημα δύο φακών. Η απόσταση της γομολάστιχας από τον κοντινότερο φακό (φακός 1) είναι $10\ cm$. Ο φακός 1 έχει εστιακή απόσταση $f1=-15$ cm, ο φακός 2, $f2=12$ cm και η απόσταση μεταξύ των φακών είναι $d=12$ cm. Βρείτε που θα σχηματισθεί το τελικό είδωλο, το ύψος και τον προσανατολισμό του (σε σχέση με το αντικείμενο). **(2)**

4ο Θέμα: Στο σχήμα δύο πηγές Σ1 και Σ2 εκπέμπουν ισότροπα και συμφασικά φως ίδιου πλάτους και μήκους κύματος λ. Η απόσταση μεταξύ των πηγών είναι $2d=6\lambda$. Οι πηγές είναι τοποθετημένες σε άξονα παράλληλο προς τον άξονα x που διατρέχει την οθόνη παρατήρησης, η οποία βρίσκεται σε απόσταση $D=20\lambda$ από τις πηγές. **α)** Σε ποια θέση πάνω στον άξονα x οι ακτίνες έχουν την ελάχιστη διαφορά φάσης και σε ποια θέση τη μέγιστη; Πόση είναι η ελάχιστη και η μέγιστη διαφορά φάσης; (θεωρείστε τα σημεία μόνο στη θετική κατεύθυνση του άξονα) **β)** Έστω σημείο P, σε απόσταση 6λ από την αρχή του άξονα x. Πόση είναι η διαφορά φάσης των ακτίνων από τις πηγές Σ1 και Σ2 που συμβάλλουν σ' αυτό το σημείο; Σχολιάστε την ένταση του φωτός πάνω στην οθόνη σ' αυτό το σημείο. **(2)**



5ο Θέμα: Έστω ομογενές μαγνητικό πεδίο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Δείξτε ότι αυτό το πεδίο δεν μπορεί να πέσει απότομα στο μηδέν (όπως υπονοείται από την απουσία δυναμικών γραμμών δεξιά του σημείου α, για παράδειγμα). Πως θα τροποποιούσατε τις δυναμικές γραμμές στο σχήμα, για να είστε πιο κοντά στην πραγματικότητα; **(2)**



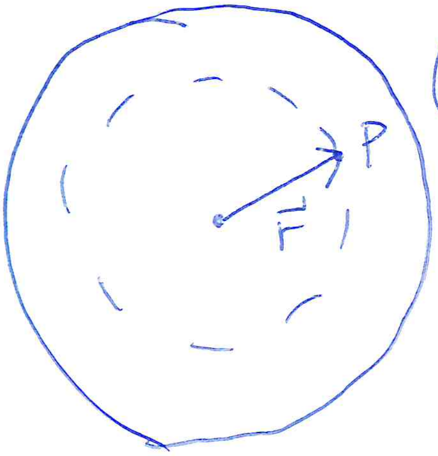
(**ΠΡΟΣΟΧΗ:** ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΑΠΑΡΑΙΤΗΤΟ ΟΤΙ ΘΑ ΧΡΕΙΑΣΤΕΙΤΕ ΟΛΕΣ ΤΙΣ ΒΟΗΘΗΤΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ):

$\mu_0=4\pi\times10^{-7}\ Tm/A$, $\varepsilon_0=8.854\times10^{-12}\ (C^2/N)m^2$, $e=1.602\times10^{-19}\ C$, $V(r)=k_e(dq/r)$, $d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{s}\times\hat{r}}{r^2}$,

$u_b=B^2/2\mu_0$, $D=m/[d\cos(\theta)]$, $\oint\vec{E}\cdot d\vec{A}=\frac{Q_{εντός}}{\varepsilon_0}$, $\vec{F}_B=q\vec{u}\times\vec{B}$, $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, $\oint\vec{B}\,d\vec{s}=\mu_0 I+\mu_0\varepsilon_0\frac{d\Phi_E}{dt}$

$1/f=(n-1)(1/R_1-1/R_2)$, $\sin(\theta_{σκοτ})=m\lambda/2$, $\sin(\theta_{σκοτ})=m\lambda/a$, $\sin(\theta_{φωτ})=m\lambda/d$, $U=(1/2)C\Delta V^2$, $U=(1/2)LI^2$

1ο ΘΕΜΑ



(α) Έστω σημείο P στο εσωτερικό της σφαίρας. Θεωρώ σφαιρική επιφάνεια ακτίνας r.

Σε κάθε σημείο αυτής της επιφάνειας, λόγω συμμετρίας, το ηλεκτρικό πεδίο θα είναι ακτινικό, κάθετο στην επιφάνεια, κ προς τα έξω (αν $ρ>0$). Εφαρμόζω το νόμο του Gauss:

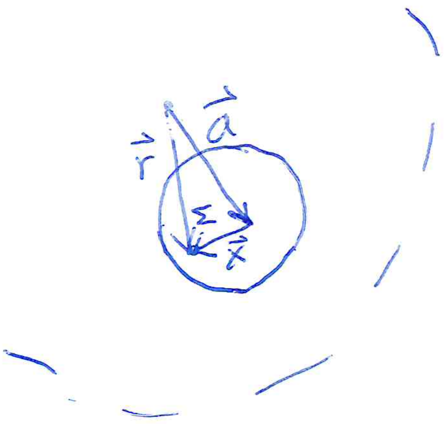
$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q_{εντός}}{ε_0} \quad 0.25 \quad \Rightarrow \quad \oint \underbrace{E(r)\hat{r}\cdot d\vec{A}}_{\text{ομόρροπα, παράλληλα διανύσματα}} = \frac{q_{εντός}}{ε_0} \quad 0.25 \quad \Rightarrow$$

ίδια τιμή σ' όλα τα σημεία της σφ. επιφάνειας

$$E(r)\oint dA = \frac{q_0}{ε_0} \Rightarrow E(r)4\pi r^2 = \frac{ρ\cdot\frac{4}{3}\pi r^3}{ε_0} \Rightarrow$$

$$E(r) = \frac{ρr}{3ε_0}. \quad \text{Άρα:} \quad \vec{E}(\vec{r}) = \frac{ρ\vec{r}}{3ε_0}. \quad 0.5$$

(β) Στην περίπτωση που εμφανιστεί η κοιλότητα, η κατανομή φορτίων είναι ισοδύναμη με την κατανομή φορτίου σταθερής πυκνότητας, ρ, σ' όλη τη σφαίρα, και κατανομή φορτίου με σταθερή πυκνότητα −ρ στην κοιλότητα. 0.25



Έστω σημείο Σ στο εσωτερικό της κοιλότητας. Το ηλεκτρικό πεδίο σ' αυτό το σημείο, $\vec{E}_\Sigma$, θα είναι ίσο με το ηλεκτρικό πεδίο της σφαίρας σ' αυτό το σημείο, συν το ηλεκτρικό πεδίο της κατανομής ρεύματος $-\rho$ στην κοιλότητα:

0.25

$$\vec{E}_\Sigma = \vec{E}_{\Sigma,\text{σφαίρας}}(\vec{r}) + \vec{E}_{\Sigma,\text{κοιλότητας}}(\vec{x}) \Rightarrow$$

$$\vec{E}_\Sigma = \frac{\rho\vec{r}}{3\varepsilon_0} + \frac{(-\rho)\vec{x}}{3\varepsilon_0} = \frac{\rho\vec{r}}{3\varepsilon_0} + (-\rho)\cdot\frac{\vec{r}-\vec{a}}{3\varepsilon_0} \Rightarrow$$

$$\vec{E}_\Sigma = \frac{\rho\vec{r}}{3\varepsilon_0} - \frac{\rho\vec{r}}{3\varepsilon_0} + \frac{\rho\vec{a}}{3\varepsilon_0} \Rightarrow$$

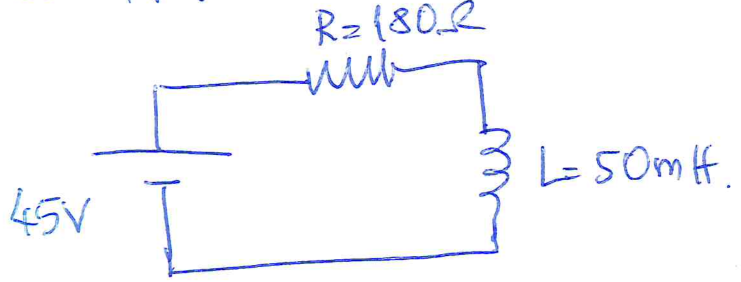
$$\boxed{\vec{E}_\Sigma = \frac{\rho\vec{a}}{3\varepsilon_0}}$$

0.5

Το πεδίο σ' όλα τα σημεία της κοιλότητας έχει ίδια τιμή & ίδια κατεύθυνση, άρα είναι ομογενές.

2ο ΘΕΜΑ.

Τη χρονική στιγμή $t=0$, ουσιαστικά έχουμε μια μπαταρία, που τροφοδοτεί ένα κύκλωμα RL:



Οπότε, σύμφωνα με τη θεωρία:

$$\mathcal{E} - IR + \mathcal{E}_L = 0 \Rightarrow \mathcal{E} - IR - L\frac{dI}{dt} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{\mathcal{E}}{R} - I - \frac{L}{R}\frac{dI}{dt} = 0. \quad (1)$$

Αλλαγή μεταβλητής: $x = \frac{\mathcal{E}}{R} - I$ (ώς $dx = -dI$),

οπότε η (1) γίνεται:

$$\frac{dx}{x} = -\frac{R}{L}\,dt \Rightarrow \int_{x_0}^{x}\frac{dx}{x} = -\frac{R}{L}\int_0^t dt \Rightarrow$$

$$\ln\left(\frac{x}{x_0}\right) = -\frac{R}{L}t \Rightarrow x = x_0 e^{-Rt/L} \Rightarrow$$

$$\frac{\mathcal{E}}{R} - I = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-Rt/L} \quad \left(\text{για } x_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}\right), \text{ άρα:}$$

1

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1 - e^{-Rt/L}\right).$$

Άρα:

$$\frac{dI}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\frac{\mathcal{E}}{R}\left(1-e^{-Rt/L}\right)\right] = \frac{\mathcal{E}R}{RL}e^{-Rt/L} \Rightarrow$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{L}e^{-Rt/L}$$

0.5

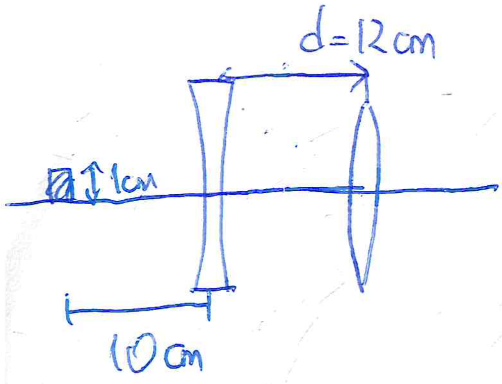
Η παράγωγος $\frac{dI}{dt}$ μας δίνει το ρυθμό μεταβολής του ρεύματος κάθε χρονική στιγμή.

Για $t = 1{,}2\,ms$, έχουμε:

$$\frac{dI}{dt} = \frac{45V}{0.05H} \cdot e^{-\frac{180\Omega \cdot 1.2\times10^{-3}s}{0.05H}} = 12\,A/s.$$

0.5

3ο ΘΕΜΑ



Ο φακός 1 είναι αποκλίνων ($f_1<0$) & ο φακός 2 συγκλίνων ($f_2>0$).

Το φως πρώτα διέρχεται από τον φακό 1.

$$\frac{1}{p_1}+\frac{1}{q_1}=\frac{1}{f_1} \Rightarrow q_1=-6\text{ cm}.$$

0.5

Το είδωλο του φακού 1 είναι φανταστικό, βρίσκεται στα αριστερά του φακού, & θα αποτελέσει το αντικείμενο για τον 2ο φακό, για τον οποίο ισχύει:

$$\frac{1}{p_2}+\frac{1}{q_2}=\frac{1}{f_2},$$ όπου $p_2=12+6=18$ cm, & q_2 είναι η απόσταση του τελικού ειδώλου από τον φακό 2.

Για $f_2=12$cm, η παραπάνω εξίσωση δίνει: 0.25.

$$q_2=36\text{ cm}.$$

Άρα, το τελικό είδωλο είναι πραγματικό & θα σχηματιστεί σε απόσταση 36 cm από τον 2ο φακό.

0.25

Η τελική μεγένθυση του ειδώλου είναι:

0.25

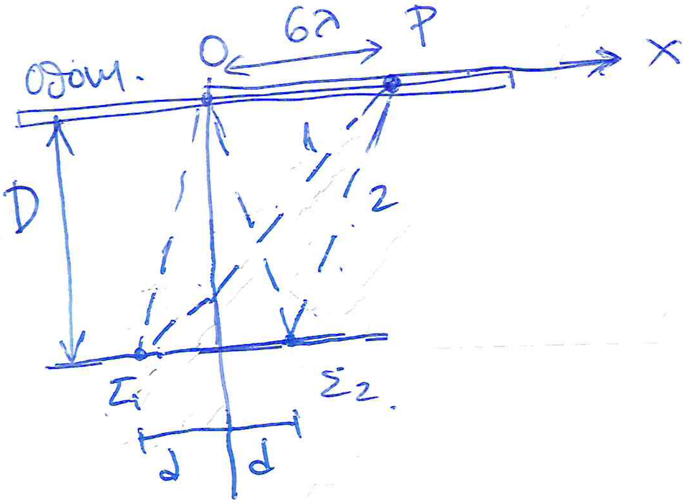
$$M_{ολ} = M_1 \cdot M_2 = \left(\frac{-q_1}{p_1}\right) \cdot \left(\frac{-q_2}{p_2}\right) =$$

0.5

$$= \left(\frac{6}{10}\right) \cdot \left(\frac{-36}{18}\right) = 0.6 \times (-2) = -1.2$$

Άρα, το ύψος του ειδώλου είναι 1.2 cm, κ' είναι αντεστραμμένο σε σχέση με το αντικείμενο. 0.25

4ο ΘΕΜΑ.



Αφού οι δύο πηγές εκπέμπουν συμφασικά φως ίδιου μήκους κύματος, θα συμβάλλουν πάνω στην οθόνη με διαφορά φάσης λόγω διαφοράς δρόμου, ίση με:

$$\varphi = \frac{2\pi \Delta L}{\lambda}.$$ 0.25

(α). Στο σημείο O, το μήκος των ακτίνων $O\Sigma_1$ & $O\Sigma_2$ είναι ίδιο, άρα σ' αυτό το σημείο (το σημείο που τέμνει την οθόνη η μεσοκάθετος των $\Sigma_1\Sigma_2$) η διαφορά φάσης είναι ελάχιστη, ίση με ϕ. 0.25 Θεωρητικά, από τη στιγμή που δεν μας δίνεται το μήκος της οθόνης, οι ακτίνες θα συμβάλλουν με τη μεγαλύτερη διαφοράς φάσης στο $+\infty$, 0.25 όταν στην πράξη θα είναι οριζόντια & άρα: $\Delta L = 6\lambda$, άρα: $\varphi = \frac{2\pi 6\lambda}{\lambda} = 12\pi$. 0.25

(β). Η διαφορά δρόμου μεταξύ των ακτίνων 1 & 2 είναι:

$$\Delta L = \sqrt{(x_P + d)^2 + D^2} - \sqrt{(x_P - d)^2 + D^2} = \sqrt{(6\lambda + 3\lambda)^2 + (20\lambda)^2} - \sqrt{(6\lambda - 3\lambda)^2 + (20\lambda)^2} = 21.9\lambda - 20.2\lambda = 1.7\lambda.$$

0.5

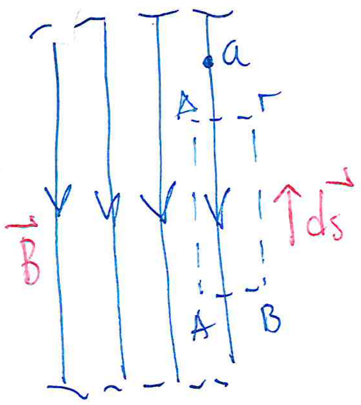
Άρα:

$$\varphi = \frac{2\pi \, 1.7\cancel{\lambda}}{\cancel{\lambda}} = 3.4\,\pi.$$

Αυτή η διαφορά φάσης είναι πολύ κοντά στη διαφορά φάσης 3π, όπου εμφανίζεται ελάχιστο στην ένταση φωτός στην οθόνη (σκοτεινός κροσσός). Άρα, το φως θα είναι αρκετά αμυδρό σ' αυτό το σημείο

0.5

5ο ΘΕΜΑ.



Ας υποθέσουμε ένα μαγνητικό πεδίο όπως το σχήμα που σχηματίζεται με κάποιο τρόπο (π.χ. στο εσωτερικό ιδανικού σωληνοειδούς).

Θεωρώ το βρόχο Ampere, ΑΒΓΔ, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Ισχύει: $\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 I = 0$. Το ολοκλήρωμα $\int \vec{B}\cdot d\vec{s}$ είναι μηδέν κατά μήκος των ΑΒ & ΔΓ ($\vec{B} \perp d\vec{s}$) καθώς & κατά μήκος του ΓΒ, αν θεωρήσουμε ότι το μαγνητικό πεδίο πέφτει απότομα στο μηδέν δεξιά του σημείου a. Αν το μήκος ΑΔ είναι ίσο με l, τότε είναι προφανές ότι: $\int_{\Delta}^{A} \vec{B}\cdot d\vec{s} = Bl \neq 0$. Άρα ο νόμος του Ampere δεν φαίνεται να ισχύει. Άρα η γεωμετρία των δυναμικών γραμμών, έτσι όπως φαίνεται στο σχήμα είναι λάθος. Το μαγνητικό πεδίο δεν μπορεί να μηδενίζεται απότομα. Η πυκνότητα των μαγνητικών γραμμών (& άρα & η ένταση του πεδίου) θα πρέπει να ελαττώνονται σταδιακά & όχι απότομα.