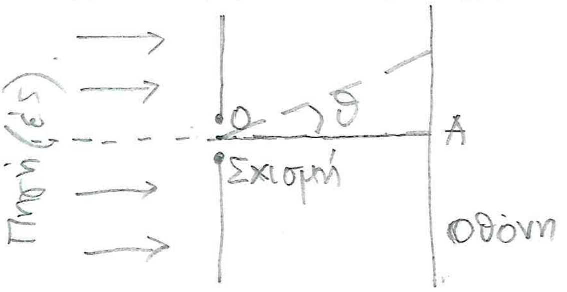
ΕΞΕΤΑΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ ΦΙΙ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2018

ΔΙΑΒΑΣΤΕ ΠΡΟΣΕΚΤΙΚΑ ΤΗΝ ΕΚΦΩΝΗΣΗ ΤΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ. ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΙ ΕΠΙΤΥΧΙΑ,
Ι. ΠΑΠΑΔΑΚΗΣ

1ο Θέμα: Έστω μονωτική, συμπαγής σφαίρα ακτίνας R για την οποία $\rho(r)=Ar^2$ (ρ είναι η πυκνότητα ηλεκτρικού φορτίου), όπου A μία σταθερά και η απόσταση, r, μετράται από το κέντρο της σφαίρας. Αποδείξτε ότι: **α)** $E(r)=Ar^3/5\varepsilon_0$, $r<R$ **(1.5)** και **β)** $E(r)=AR^5/(5\varepsilon_0 r^2)$, $r>R$ **(0.5).**

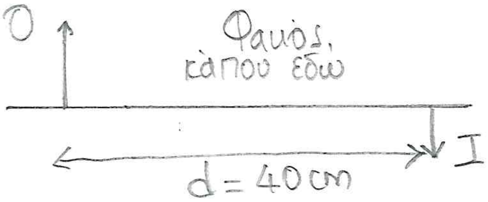
2ο Θέμα: Έστω δίσκος ακτίνας $R=3$ cm. Ρεύμα μετατόπισης, I_d, διαπερνά τον δίσκο και, αν φανταστείτε τον δίσκο στο επίπεδο της σελίδας, το ρεύμα μετατόπισης έχει κατεύθυνση από τη σελίδα προς τα έξω. Το μέτρο της πυκνότητας αυτού του ρεύματος δίνεται από τη σχέση: $J_d(r)=4(A/m^2)(1-r/R)$, όπου r είναι η ακτινική απόσταση μετρημένη από το κέντρο του δίσκου ($r\leq R$). Πόσο είναι το μέτρο του μαγνητικού πεδίου εξαιτίας του ρεύματος μετατόπισης σε ακτινική απόσταση **α)** 2 cm και **β)** 5 cm; **(2)**

3ο Θέμα: Υποθέστε ότι η σχισμή που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα έχει πλάτος 6 cm και βρίσκεται μπροστά από μία πηγή εκπομπής μικροκυμάτων που λειτουργεί στα 7.5 GHz.



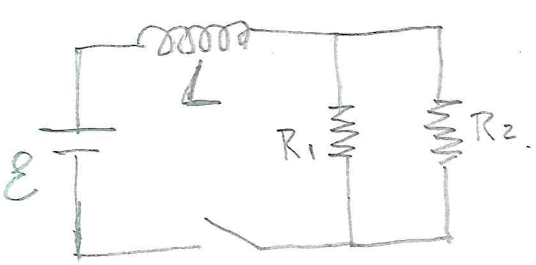
α) Υπολογίστε τη γωνία, θ, για το πρώτο ελάχιστο της εικόνας περίθλασης. **(0.5)** **β)** Υποθέστε ότι αριστερά της σχισμής υπάρχουν δύο πηγές. Η απόσταση μεταξύ των δύο πηγών είναι 20 cm και οι πηγές ισαπέχουν από την προέκταση του άξονα OA προς τα αριστερά. Ποιά πρέπει να είναι η μέγιστη απόσταση της σχίσμης από το επίπεδο των πηγών ώστε να μπορούν να διακρίνονται οι δύο εικόνες περίθλασης πάνω στην οθόνη; **(1)**

4ο Θέμα: Στο σχήμα ένα πραγματικό, ανεστραμμένο είδωλο I ενός αντικειμένου O σχηματίζεται από κάποιον φακό (που δεν φαίνεται). Η απόσταση ειδώλου-αντικειμένου είναι



$d=40$ cm, μετρημένη κατά μήκος του κεντρικού άξονα του φακού. Το είδωλο είναι το μισό σε μέγεθος από το αντικείμενο. **α)** Τι είδος φακού πρέπει να χρησιμοποιηθεί για να παράγει αυτό το είδωλο; **β)** Πόσο μακριά από το αντικείμενο πρέπει να τοποθετεί ο φακός; **γ)** Ποια η εστιακή απόσταση του φακού; **(1.5)**

5ο Θέμα: Δείξτε ότι σ' ένα κύκλωμα RL το ρεύμα μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση: $I(t)=(\mathcal{E}/R)[1-e^{(-t/\tau)}]$, όπου $\tau=L/R$. **(0.5)** Στο κύκλωμα του σχήματος, $R_1=R_2=20$ $k\Omega$, $L=50$ mH και η ιδανική μπαταρία έχει $\mathcal{E}=40V$. Ο διακόπτης S έχει παραμείνει ανοιχτός για μεγάλο χρονικό διάστημα και τον κλείνουμε τη στιγμή $t=0$. Αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη, **α)** πόσο είναι το ρεύμα I_{bat} διαμέσου της μπαταρίας και πόσος ο ρυθμός μεταβολής του, dI_{bat}/dt; **(1)** **β)** Τη στιγμή $t=3$ μs, πόσο είναι το I_{bat} και το dI_{bat}/dt; **(1)**. Αρκετά αργότερα, πόσο είναι το I_{bat} και το dI_{bat}/dt; **(0.5)**



Δίνονται: $\mu_0=4\pi\times10^{-7}$ Tm/A, $\varepsilon_0=8.854\times10^{-12}$ $(C^2/N)m^2$, $V(r)=k_e(dq/r)$, $d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{s}\times\hat{r}}{r^2}$, $u_b=B^2/2\mu_0$,

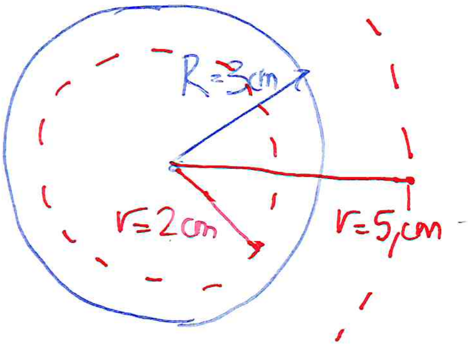
$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A}=\frac{Q_{εντός}}{\varepsilon_0}, \quad \vec{F}_B=q\vec{u}\times\vec{B}, \quad B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}, \quad \oint \vec{B}\,d\vec{s}=\mu_0 I+\mu_0\varepsilon_0\frac{d\Phi_E}{dt} \quad \int x^n dx=\frac{x^{n+1}}{(n+1)},$$

$1/f=(n-1)(1/R_1-1/R_2)$, $\sin(\theta_{σκοτ})=(m+0.5)\lambda/d$, $\sin(\theta_{σκοτ})=m\lambda/a$, $\sin(\theta_{φωτ})=m\lambda/d$

1ο Θέμα: Άσκηση 3, 2ο φυλλάδιο

3ο Θέμα: Άσκηση 5, φυλ. 04.

2ο Θέμα.



α) Θεωρώ κύκλο ακτίνας r=2 cm, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Σύμφωνα με το νόμο των Ampere-Maxwell, κατά μήκος του κύκλου θα ισχύει:

$$\oint_{(c)} \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \underbrace{\frac{d\Phi_E}{dt}}_{=I_d} \qquad 0.5$$

(c): κατά μήκος του κύκλου.

I: ρεύμα που διέρχεται μέσα από την κυκλική επιφάνεια ακτίνας r

$=I_d$, ρεύμα μετατόπισης που διέρχεται μέσα σ' αυτή την επιφάνεια.

Στην περίπτωσή μας: $I=0$, άρα:

$$\oint_{(c)} \vec{B}\cdot d\vec{s} = \underbrace{\int_{c} B\,ds}_{} = \underbrace{B\int_{c} ds}_{} = \mu_0 I_d \Rightarrow$$

(c): κύκλος ακτίνας r=2cm

λόγω συμμετρίας (κυρίως λόγω της κατεύθυνσης του $\vec{I}_d$, $\vec{B} \parallel d\vec{s}$)

(... και B το ίδιο σ' όλα τα σημεία του κύκλου).

$$B\, 2\pi r = \mu_0 I_d \quad (1). \qquad 0.5$$

Τώρα, I_d είναι το συνολικό ρεύμα μετατόπισης που διέρχεται μέσα από τον δίσκο ακτίνας $r=2$ cm

Δεδομένου ότι $I = \underbrace{J}_{\text{(πυκνότητα ρεύματος)}} \cdot A$, και το J μεταβάλλεται με την απόσταση r, θα ισχύει:

έμβαδόν δακτυλίου ακτίνας r', πάχους dr'

$$I_d(r) = \int_0^r J_d(2\pi r' dr') \quad (2).$$

0.25

$$\text{Άρα: } I_d(r) = 4\times 2\pi \int_0^r \left(1-\frac{r'}{R}\right) r' dr' \Rightarrow$$

$$I_d(r) = 8\pi\left(\frac{r^2}{2} - \frac{r^3}{3R}\right) \text{ A} \quad (3)$$ (r και R μετρημένα σε m

Αντικαθιστώ την (3) στην (1) και έχω:

$$B(r=0.02m) = \frac{\mu_0}{2\pi r} 8\pi \left(\frac{r^2}{2}-\frac{r^3}{3R}\right) \text{ T} \Rightarrow$$

0.25

$$B(r=0.02m) = 4\mu_0\left(\frac{r}{2}-\frac{r^2}{3R}\right) \text{ T} = 27.9 \text{ nT}.$$ (για R=0.03m)

(β). Τώρα, για το μαγνητικό πεδίο σε απόσταση $r=5$cm > R, θεωρώ κύκλο ακτίνας 5 cm. Η σχέση (1) ισχύει, αλλά τώρα I_d είναι το ρεύμα που περνάει από όλο τον δίσκο:

$$I_{d,\text{δίσκου}} = 4\times 2\pi \int_0^R \left(1-\frac{r'}{R}\right) r' dr' = 8\pi\left(\frac{R^2}{2}-\frac{R^2}{3}\right) \Rightarrow$$

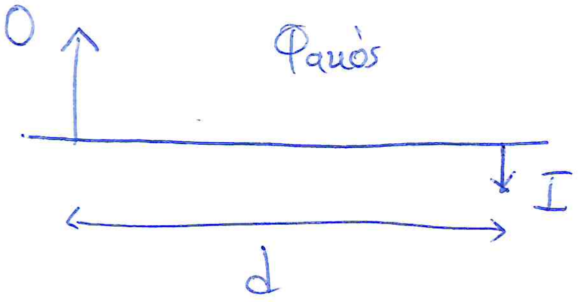
$$I_{d,\text{δίσκου}} = \frac{4}{3}\pi R^2$$ 0.25 (R=0.03m). Οπότε, αν αντικαταστήσω στην εξ (1), θα έχω:

$$B(r=0.05m) = \mu_0 \frac{4/3\pi R^2}{2\pi r} \Rightarrow B(r=0.05m) = 15.1 \text{ nT}.$$

0.25

4ο Θέμα

α)



Ισχύει ότι:

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}.$$

Για ένα φακό, $p>0$, πάντα. Αφού $q>0$ (η άσκηση λέει ότι το είδωλο είναι πραγματικό), τότε πρέπει κ' $f>0$, άρα ο φακός είναι συγκλίνων.

0.5

β). Η μεγέθυνση, σύμφωνα με την άσκηση, είναι $M=-0.5$ (το είδωλο είναι ανεστραμμένο κ' μισό σε μέγεθος). Άρα:

$$M=\frac{-q}{p}=-0.5 \Rightarrow q=\frac{p}{2}.$$

Επίσης: $p+q=d \Rightarrow p+\frac{p}{2}=d \Rightarrow$

0.5

$$3p=2d \Rightarrow p=26.7\,cm, \quad q=d-p=\frac{d}{3}=13.3\,cm$$

γ). Από την εξίσωση των λεπτών φακών:

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f} \Rightarrow f=\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}\right)^{-1}=\left(\frac{1}{2d/3}+\frac{1}{d/3}\right)^{-1} \Rightarrow$$

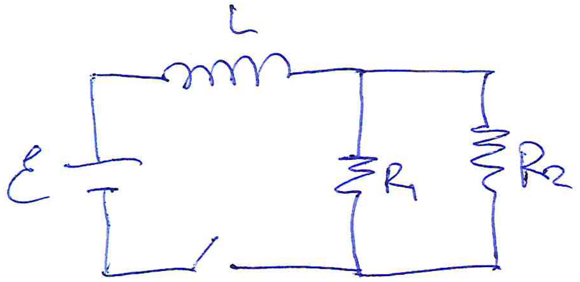
$$f=\left(\frac{9}{2d}\right)^{-1} \Rightarrow f=\frac{2d}{9}=8.89\,cm.$$

0.5

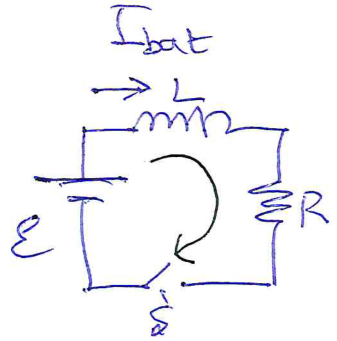
5ο ΘΕΜΑ.

Η 1η ερώτηση είναι ερώτηση θεωρίας.

Και συνέχεια, το κύκλωμα:



είναι ισοδύναμο με ένα απλό RL κύκλωμα:



όπου: $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{(20\,k\Omega)^2}{40\,k\Omega}$

$R = 10\,k\Omega$.

0.5.

α) Τη χρονική στιγμή που κλείνουμε το διακόπτη δ, στα άκρα του πηνίου εμφανίζεται διαφορά δυναμικού εξ' επαγωγής, $\mathcal{E}_L$, ίση με: $\mathcal{E}_L = -L\frac{dI_{bat}}{dt}$.

Εκείνη τη στιγμή, $|\mathcal{E}_L| = |\mathcal{E}|$, οπότε:

$I_{bat} = 0$, και $L\frac{dI_{bat}}{dt} = 40\,V \Rightarrow$

$$\frac{dI_{bat}}{dt} = \frac{40\,V}{0.05\,H} = 8\times10^2\,A/s.$$

0.5.

β) Για όλες τις επόμενες χρονικές στιγμές,

$$I_{bat}(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right),$$ όπου στην

περίπτωσή μας: $\tau = L/R = 5\times10^{-6}\,s$. 0.25 Άρα, τη

χρονική στιγμή $t = 3\mu s = 3\times10^{-6}$, $t/\tau = 3/5$,

κι άρα:

$$I_{bat}(t=3\mu s) = \frac{40V}{10k\Omega}\left(1 - e^{-3/5}\right) \simeq 1.8\times10^{-3}A$$

0.25

Επίσης, από τον δεύτερο κανόνα του Kirchhoff, έχουμε:

0.25

$$\mathcal{E} - I_{bat}R + \mathcal{E}_L = \emptyset \Rightarrow \mathcal{E}_L = -\mathcal{E} + I_{bat}R \Rightarrow$$

$\mathcal{E}_L = -22V$ (για $\mathcal{E} = 40V$ κι $I_{bat} = 1.8\times10^{-3}A$),

Άρα:

$$\mathcal{E}_L = -L\frac{dI}{dt} \Rightarrow \frac{dI_{bat}(t=3\mu s)}{dt} = \frac{-22V}{-L} = \frac{22V}{0.05H} \Rightarrow$$

$$\frac{dI_{bat}(t=3\mu s)}{dt} \simeq 4.4\times10^{2}\,A/s.$$

0.25

γ). "Αρκετά αργότερα", σημαίνει $t \to \infty$, οπότε:

$e^{-t/\tau} \to \phi$, & άρα:

$$I_{bat}(t \to \infty) = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{40\,V}{10\,k\Omega} = 4 \times 10^{-3}\,A.$$

Σ' αυτή τη σταθερή κατάσταση, που το ρεύμα παραμένει σταθερό, $\frac{dI_{bat}}{dt} = \phi$.

0.5.