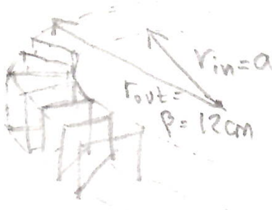
ΕΞΕΤΑΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ ΦΙΙ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2017

ΔΙΑΒΑΣΤΕ ΠΡΟΣΕΚΤΙΚΑ ΤΗΝ ΕΚΦΩΝΗΣΗ ΤΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ. ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ. Ι. ΠΑΠΑΔΑΚΗΣ.

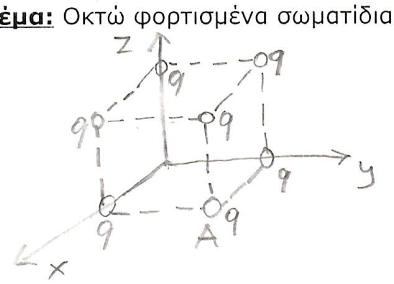
1ο Θέμα: Το δακτυλιοειδές πηνίο είναι ένα πηνίο (σωληνοειδές) που έχει καμπυλωθεί μέχρι να ενωθούν τα δύο άκρα του και να σχηματιστεί ένας δακτύλιος. Χρησιμοποιείσετε τον Νόμο του Ampere και δείξτε ότι η ένταση του μαγνητικού μεδίου εντός του δακτυλιοειδούς πηνίου, όταν διαρρέεται από ρεύμα Ι, δίνεται από τη σχέση: $B=(\mu_0 IN)/(2\pi r)$, όπου N είναι ο αριθμός των σπειρών και r η απόσταση από το κέντρο του δακτυλιοειδούς πηνίου. **(1)** **β)** Ένα δακτυλιοειδές πηνίο τετραγωνικής διατομής, έχει εσωτερική ακτίνα 10 cm και εξωτερική ακτίνα *12 cm*. Το σύρμα των σπειρών του πηνίου έχει διάμετρο *1 mm* (και αντίσταση ανά μέτρο *0.02 Ω/m*). Πόσο είναι ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου; **(1.5)** **γ)** Πόση είναι η επαγωγική σταθερά χρόνου του πηνίου; **(0.5)**



2ο Θέμα: Κατά τη διάρκεια παρουσιάσων, πολλοί ομιλητές χρησιμοποιούνν στυλό λέιζερ για να επισημαίνουν στο κοινό συγκεκριμένα στοιχεία που προβάλλονται στην οθόνη. Αν ένα στυλό (χρονικής μέσης) ισχύος *3 mW* δημιουργεί στην οθόνη μία φωτεινή κουκίδα διαμέτρου *2 mm*, βρείτε την πίεση ακτινοβολίας που δέχεται μία οθόνη που αντανακλά 70% του φωτός που προσπιπτει σε αυτή. **(1.5)** **β)** Θα επηρεαζόταν η πίεση ακτινοβολίας που δέχεται η οθόνη αν το στυλό λέιζερ απείχε διπλάσια απόσταση από την οθόνη; **(0.5)**

3ο Θέμα: Βρείτε την συνθήκη των μεγίστων της συμβολής που προκαλεί ένα φράγμα περίθλασης με απόσταση σχισμών *d*, για φωτεινή δέσμη μήκους κύματος *λ* **(0.5)**. Στο φάσμα του υδρογόνου περιλαμβάνονται μία κόκκινη γραμμή στα *656 nm* και μία μπλε-ιώδης γραμμή στα *434 nm*. Ποιες είναι οι γωνίες μεταξύ των δύο φασματικών γραμμών για όλες τις ορατές τάξεις που προκύπτουν μ΄ένα φράγμα περίθλασης που έχει 4500 χαραγές ανά εκατοστό; **(1.5)**

4ο Θέμα: Οκτώ φορτισμένα σωματίδια, καθένα με φορτίο *q*, βρίσκονται στις κορυφές ενός κύβου ακμής *s*.



α) Προσδιορίστε τις συνιστώσες *x*, *y*, και *z*, της συνισταμένης δύναμης που δέχεται το φορτίο στην κορυφή *A* από όλα τα άλλα φορτία. **(1.5)**. **β)** Ποια είναι η κατεύθυνση αυτής της συνισταμένης δύναμης; **(0.5)**

5ο Θέμα: Μια αράχνη ύψους *h* κάθεται μπροστά από σφαιρικό κάτοπτρο του οποίου η εστιακή απόσταση έχει απόλυτη τιμή *|f|=40 cm*. Το είδωλο της αράχνης που παράγεται από το κάτοπτρο έχει τον ίδιο προσανατολισμό με την αράχνη και ύψος *h'=0.2h*. **α)** Είναι το είδωλο πραγματικό ή φανταστικό; Βρίσκεται στην ίδια πλευρά του κατόπτρου με την αράχνη ή όχι; **(0.5)** **β)** Είναι το κάτοπτρο κοίλο ή κυρτο; **(0.5)**

Δίνονται: $\mu_0=4\pi\times10^{-7}$ Tm/A, $\varepsilon_0=8.854\times10^{-12}$ $(C^2/N)m^2$, $V(r)=k_e(dq/r)$, $d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{s}\times\hat{r}}{r^2}$, $u_b=B^2/2\mu_0$,

$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A}=\frac{Q_{\mu\varepsilon\sigma\alpha}}{\varepsilon_0}$ $\vec{F}_B=q\vec{u}\times\vec{B}$ $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ $\oint \vec{B}\,d\vec{s}=\mu_0 I$ $L=N\Phi_B/I$, $\sin(45^\circ)=\cos(45^\circ)=1/\sqrt{2}$,

$\tau=L/R$, $P=S/c$

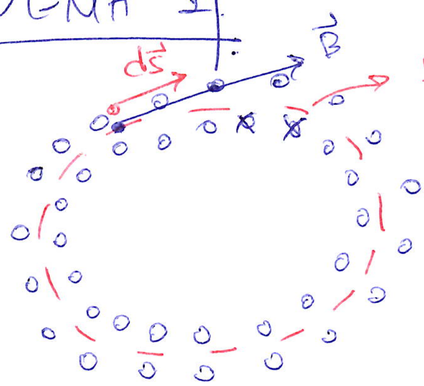
2ο ΘΕΜΑ: Παράδειγμα Η12.5 από το βιβλίο των Serway/Jewett.

3ο ΘΕΜΑ. α) Θεωρία, παράγραφος 04.4 στο βιβλίο των Serway/ Jewett.

β) 2η άσκηση (λυμένη), στο 16ο φυλλάδιο ασκήσεων.

5ο ΘΕΜΑ: Ενδεικτικό (λυμένο) Πρόβλημα 34-1 από το βιβλίο των Halliday, Resnick & Walker.

ΘΕΜΑ 1



(a)

Θεωρώ τον κυκλικό βρόχο Ampere μέσα στο σωληνοειδές. Λόγω συμμετρίας, περιμένω το $\vec{B}$ να έχει σταθερό μέτρο σ' όλα τα σημεία του βρόχου, & να εφάπτεται σ' αυτόν, άρα: $\vec{B}\cdot d\vec{s} = Bds$, σ' όλα τα σημεία του βρόχου. Επίσης το σύρμα διέρχεται μέσα από τον βρόχο N φορές, συνεπώς το συνολικό ρεύμα που διέρχεται από αυτόν είναι NI. (0.5) Οπότε, με βάση το νόμο του Ampere:

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{o\lambda} \text{, άρα:}$$

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = B\oint ds = B(2\pi r) = \mu_0 N I \Rightarrow$$

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}.$$

Το ρεύμα μεταβάλλεται συναρτήσει του $1/r$, & άρα είναι μη ομογενές στην περιοχή που καταλαμβάνει το δακτυλιοειδές πηνίο.

(0.5)

(β). Ο συντελεστής αυτεπαγωγής του δακτυλιοειδούς πηνίου δίνεται από τη σχέση:

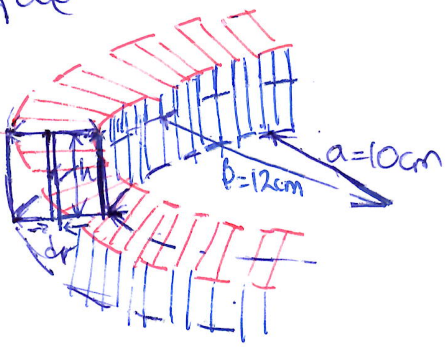
$$L = \frac{N\Phi_B}{I} \quad (1),$$

όπου N είναι ο αριθμός των σπειρών του πηνίου κ' I η ένταση του ρεύματος που το διαρρέει. Φ_B είναι η μαγνητική ροή που διέρχεται μέσα στο δακτυλιοειδές, κ' που δίνεται από τη σχέση:

$$\Phi_B = \int \vec{B}\cdot d\vec{A}, \quad (2).$$

0.5

όπου B είναι το μαγνητικό πεδίο στο εσωτερικό του δακτυλιοειδούς πηνίου. Με βάση το προηγούμενο ερώτημα: $\vec{B} \parallel d\vec{A}$, και $B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$. Θεωρώ στοιχειώδεις επιφάνειες μήκους h κ' πλάτους dr, άρα: $dA = h\,dr$ (h είναι η πλευρά του τετραγώνου, που είναι ίση με: $h = 12 - 10 = 2\,cm$).



Άρα:

$$\Phi_B = \int_a^{\beta} \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} h\,dr = \frac{\mu_0 I N h}{2\pi} \int_{a(=r_{in})}^{\beta(=r_{out})} \frac{dr}{r} =$$

$$= \frac{\mu_0 I N h}{2\pi} \ln\left(\frac{\beta}{a}\right). \quad (3).$$

Λόγω της (3) η (1) γράφεται:

$$L = \frac{N \cdot \mu_0 \cancel{I} N h}{2\pi \cancel{I}} \ln\left(\frac{\beta}{a}\right) \Rightarrow L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln\left(\frac{\beta}{a}\right). \quad (4)$$

0.5

Για να βρω τον αριθμό των σπειρών σκέφτομαι ως εξής: Το πάχος του σύρματος των σπειρών είναι 1 mm (= 0.001 m). Η εσωτερική περιφέρεια του δακτυλιοειδούς πηνίου είναι $2\pi a = 2\pi\, 10\,cm = 2\pi\, 0.1 m = 0.63\, m$. Άρα:

$$N \simeq \frac{0.63}{0.001} = 630 \text{ σπείρες.}$$

Οπότε, με βάση την (4) υπολογίζω ότι:

$$L = \frac{4\pi \times 10^{-7}\,(630)^2\, 0.02}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{12}{10}\right) = 3\times 10^{-4}\, H.$$ 0.5

δ). Αφού το πηνίο έχει 630 σπείρες, και οι σπείρες έχουν τετραγωνικό σχήμα, μήκους $h = 2cm$, το συνολικό μήκος του σύρματος στο πηνίο είναι:

$$l = N_{\text{σπείρες}} \times 4 \times h = 630 \times 4 \times 2\,cm = 50.4\, m.$$

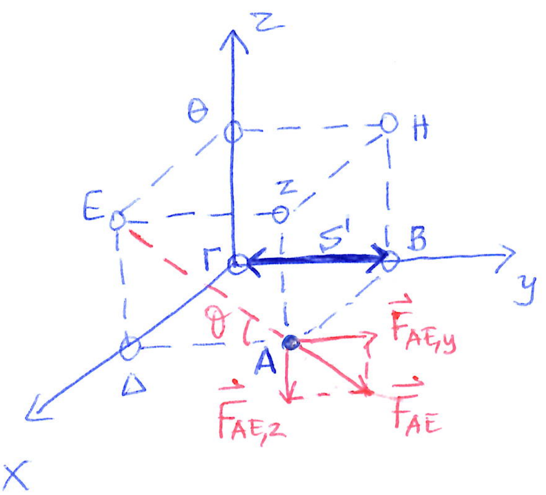
Οπότε, η αντίσταση του σύρματος είναι: $R = 50.4m \times 0.02 \frac{\Omega}{m}$

$R = 1.01\,\Omega$.

Και άρα, η επαγωγική σταθερά χρόνου του πηνίου θα είναι: $\tau_L = \frac{L}{R} = \frac{3\times 10^{-4}}{1.01\,\Omega} \approx 3\times 10^{-4}\, s.$

0.5

4ο ΘΕΜΑ.

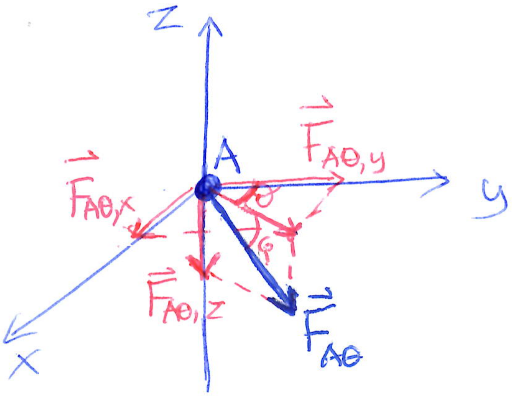


Τα φορτία στα Δ, Β και Ζ απέχουν απόσταση s', οπότε το μέτρο της δύναμης μεταξύ το φορτίο στην κορυφή Α και των φορτίων σ' αυτές τις κορυφές είναι ίσο με: $\frac{k_e q^2}{s}$. Ένας τέτοιος όρος θα εμφανισθεί σε κάθε μία από τις 3 συνιστώσες της συνισταμένης δύναμης στο Α. Βέβαια, αυτός ο όρος θα έχει αρνητικό πρόσημο στην Ζ-συνιστώσα της συνισταμένης δύναμης.

0.25

Τα φορτία στις κορυφές Γ, Η και Ε απέχουν απόσταση $\sqrt{2}s'$. Ας δούμε τη δύναμη μεταξύ των φορτίων στις κορυφές Α και Ε ($\vec{F}_{AE}$). Αυτή μπορεί να αναλυθεί σε δύο συνιστώσες στους άξονες y και z: $\vec{F}_{AE} = \frac{k_e q^2}{2s^2}\cos\theta\,\hat{j} - \frac{k_e q^2}{2s^2}\sin\theta\,\hat{k}$, όπου $\cos\theta = \sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$, μιας κι $\theta = 45°$. Οι δυνάμεις $\vec{F}_{AH}$ και $\vec{F}_{A\Gamma}$ αναλύονται σε δύο συνιστώσες, κατά μήκος των αξόνων x και z, και των αξόνων x και y, αντίστοιχα. Το μέτρο της κάθε συνιστώσας είναι ίσο με $\frac{k_e q^2}{2\sqrt{2}s^2}$. Άρα, ένας όρος ίσος με $\frac{k_e q^2}{2\sqrt{2}s^2}$ θα εμφανισθεί από 2 φορές στην x, y και z συνιστώσα της συνισταμένης δύναμης (στην z συνιστώσα, με αρνητικό πρόσημο).

0.25



Τέλος, η απόσταση ΘΑ είναι ίση με $\sqrt{3}\,s$. Η δύναμη μεταξύ των φορτίων στις κορυφές Α και Θ, έστω $\vec{F}_{AΘ}$, μπορεί να αναλυθεί σε συνιστώσες κατά μήκος των αξόνων x, y και z, ως εξής:

$$\vec{F}_{AΘ,x} = \frac{k_e q^2}{3s^2} \cdot \cos\varphi \cdot \sin\theta \, \hat{i}$$

$$\vec{F}_{AΘ,y} = \frac{k_e q^2}{3s^2} \cdot \cos\varphi \cdot \cos\theta \, \hat{j}$$

$$\vec{F}_{AΘ,z} = -\frac{k_e q^2}{3s^2} \sin\varphi \, \hat{k},$$

όπου: $\sin\varphi = \frac{s}{s\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\cos\varphi = \frac{s\sqrt{2}}{s\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$, $\cos\theta = \frac{s}{s\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, και $\sin\theta = \frac{s}{s\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Άρα το μέτρο της κάθε μίας από τις 3 συνιστώσες της δύναμης $\vec{F}_{AΘ}$ είναι το ίδιο, ίσο με: $\frac{k_e q^2}{3s^2} \frac{1}{\sqrt{3}}$. Επομένως, ένας τέτοιος όρος θα εμφανισθεί σε κάθε μία από τις συνιστώσες της συνισταμένης δύναμης στο Α (στην z- συνιστώσα με αρνητικό πρόσημο). 0.5

Με βάση τα παραπάνω, το μέτρο των x και y συνιστωσών της συνισταμένης δύναμης στο Α είναι το ίδιο και ίσο με: $\frac{k_e q^2}{s^2}\left(1 + \frac{2}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{3}}\right)$. Το μέτρο της z συνιστώσας είναι το ίδιο, αλλά η z συνιστώσα έχει διεύθυνση προς την αρνητική φορά του άξονα z.

Οπότε: $\vec{F}_{ολ,A} = \frac{k_e q^2}{s^2}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{3}}\right)(\hat{i} + \hat{j}) - \frac{k_e q^2}{s^2}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{3}}\right)\hat{k} =$

$$\vec{F}_{ολ,A} = \frac{k_e q^2}{s^2}\left[1.9(\hat{i} + \hat{j}) - 1.9\,\hat{k}\right].$$ 0.5

(β) Αφού το μέτρο και των 3 συνιστωσών είναι το ίδιο (σε απόλυτη τιμή), η $\vec{F}_{ολ}$ θα έχει φορέα την ευθεία ΘΑ και κατεύθυνση (φορά) από το Θ προς το Α (αφού όλες οι δυνάμεις είναι απωστικές).

0.5