ΕΞΕΤΑΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ ΦΙΙ ΙΟΥΝΙΟΥ 2020 (Β ΤΜΗΜΑ)

ΔΙΑΒΑΣΤΕ ΠΟΛΥ ΠΡΟΣΕΚΤΙΚΑ ΤΗΝ ΕΚΦΩΝΗΣΗ ΤΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ.
ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΙ ΝΑ ΓΡΑΨΕΤΕ ΚΑΛΑ, Ι. ΠΑΠΑΔΑΚΗΣ.

1ο Θέμα: Το 1911 ο E. Rutherford μοντελοποίησε το άτομο ως ένα σημείο θετικού φορτίου Ze που περιβάλλεται από ένα αρνητικό φορτίο $-Ze$, ομοιόμορφα κατανεμημένο σε μία σφαίρα ακτίνας R, με κέντρο το σημείο με το θετικό φορτίο. Σε απόσταση r μέσα στη σφαίρα, το δυναμικό είναι:

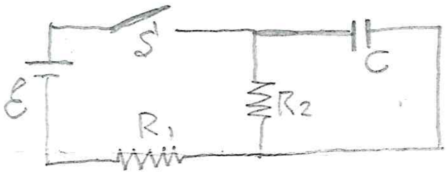
$$V(r)=\frac{Ze}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r}-\frac{3}{2R}+\frac{r^2}{2R^3}\right) \quad .$$

Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο του ατόμου. Γιατί το δυναμικό δεν τείνει στο μηδέν καθώς $r\rightarrow\infty$; **(2)**

2ο Θέμα: Θεωρήστε ότι μία πλάκα διηλεκτρικού με διηλεκτρική σταθερά κ εισάγεται μεταξύ των οπλισμών ενός πυκνωτή, με κυκλικούς οπλισμούς, που φορτίζεται με σταθερό ρεύμα I (η πλάκα καλύπτει όλο τον χώρο μεταξύ των οπλισμών). Δείξτε πως τροποποιείται ο όρος του ρεύματος μετατόπισης στο νόμο του Αμπέρ σε αυτή την περίπτωση. **(2)**

3ο Θέμα: Ένα φυστίκι τοποθετείται σε απόσταση *40* cm μπροστά από ένα σύστημα δύο φακών. Ο φακός 1 (που είναι πλησιέστερα στο φυστίκι) έχει εστιακή απόσταση $f1=+20$ cm, ο φακός 2, $f2=-15$ cm, ενώ η απόσταση μεταξύ των φακών είναι $d=10$ cm. Το τελικό είδωλο, είναι φανταστικό ή πραγματικό; Ανεστραμμένο ή όρθιο; Ποια η μεγέθυνσή του; **(2)**

4ο Θέμα: Στο κύκλωμα του σχήματος: $\mathcal{E}=20$ V, $C=0.4$ μF, $R1=10$ kΩ, $R2=15$ kΩ. Αρχικά ο διακόπτης παραμένει κλειστός για μεγάλο χρονικό διάστημα, έτσι ώστε να φτάσουμε σε σταθερή κατάσταση.



Στη συνέχει ο διακόπτης S ανοίγει (τη στιγμή $t=0$). Ποιο είναι το ρεύμα στον αντιστάτη 2, τη χρονική στιγμή $t=4$ ms; **(2)**

5ο Θέμα: Φράγμα περίθλασης έχει $1.26\mathrm{x}10^4$ χαραγές ομοιόμορφα κατανεμημένες σ' ένα πλάτος $w=25.4$ mm. Φωτίζεται κάθετα με κίτρινο φως από λάμπα ατμών νατρίου. Αυτή η λάμπα περιέχει δύο κοντινές φασματικές γραμμές εκπομπής (γνωστές ως διπλή γραμμή νατρίου), με μήκη κύματος *589* nm και *589.59* nm. Χρησιμοποιώντας την διασπορά του φράγματος, υπολογίστε τη γωνιακή απόσταση μεταξύ των δύο γραμμών στην πρώτη τάξη. **(2)**

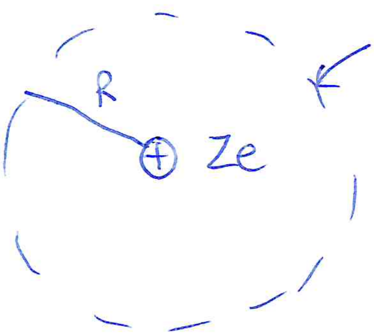
(**ΠΡΟΣΟΧΗ:** ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΑΠΑΡΑΙΤΗΤΟ ΟΤΙ ΘΑ ΧΡΕΙΑΣΤΕΙΤΕ ΟΛΕΣ ΤΙΣ ΒΟΗΘΗΤΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ):

$\mu_0=4\pi\times10^{-7}\ Tm/A$, $\varepsilon_0=8.854\mathrm{x}10^{-12}\ (C^2/N)m^2$, $e=1.602\mathrm{x}10^{-19}\ C$, $V(r)=k_e(dq/r)$, $d\vec{B}=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I\,d\vec{s}\times\hat{r}}{r^2}$,

$u_b=B^2/2\mu_0$, $D=m/[d\cos(\theta)]$, $\oint\vec{E}\cdot d\vec{A}=\dfrac{Q_{εντός}}{\varepsilon_0}$, $\vec{F}_B=q\vec{u}\times\vec{B}$, $B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$, $\oint\vec{B}\,d\vec{s}=\mu_0 I+\mu_0\varepsilon_0\dfrac{d\Phi_E}{dt}$

$1/f=(n-1)(1/R_1-1/R_2)$, $\sin(\theta_{σκοτ})=m\lambda/2$, $\sin(\theta_{σκοτ})=m\lambda/a$, $\sin(\theta_{φωτ})=m\lambda/d$, $U=(1/2)C\Delta V^2$, $U=(1/2)LI^2$

1ο θέμα.



φορτίο $-Ze$ ομοιόμορφα κατανεμημένο σε σφαίρα ακτίνας R.

Γι' αυτή τη διάταξη το πεδίο είναι ακτινικό από το κέντρο προς τα έξω. Ισχύει:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V(r) = -\frac{dV}{dr}\hat{r}$$

(το πεδίο δεν έχει συνιστώσα φ ή θ).

0.5

Άρα: $$E(r) = -\frac{d}{dr}\left[\frac{Ze}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{3}{2R} + \frac{r^2}{2R^3}\right)\right] \Rightarrow$$

$$E(r) = -\frac{Ze}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{dr^{-1}}{dr} + \frac{1}{2R^3}\frac{dr^2}{dr}\right) \Rightarrow$$

$$E(r) = -\frac{Ze}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{r^2} + \frac{\cancel{2}r}{\cancel{2}R^3}\right) \Rightarrow$$

Άρα:

$$E(r) = \frac{Ze}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r^2} - \frac{r}{R^3}\right)$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{Ze}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r^2} - \frac{r}{R^3}\right)\hat{r}, \quad \text{για } r \le R.$$

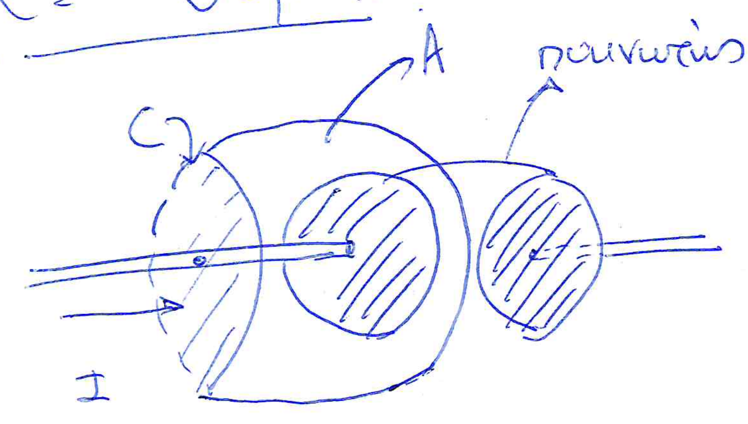
1.0

Για $r = R$, $E(r=R) = 0$, κι αυτό περιμέναμε να συμβαίνει κι έξω από το άτομο (το άτομο να είναι ηλεκτρικά ουδέτερο).

Ο Rutherford διάλεξε το δυναμικό να είναι μηδέν στο $r=R$. Δεδομένου ότι το πεδίο θα είναι κ' αυτό μηδέν έξω από το άτομο, το δυναμικό σ' όλο το χώρο θα είναι κ' αυτό μηδενικό. Η επιλογή του μηδενικού δυναμικού στο $r=R$ είναι επιτρεπτή κ' στην περίπτωση αυτή λογική.

0.5

2ο Θέμα



Νόμος του Ampere:

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}.$$

Καθώς ο πυκνωτής φορτίζεται, η παρουσία του διηλεκτρικού ελαττώνει το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου που αναπτύσσεται μεταξύ των οπλισμών, κατά ένα παράγοντα $1/k$: $E_{\text{με διηλεκτρικό}} = \frac{E_{\text{χωρίς}}}{k}$.

Συνεπώς ο ρυθμός μεταβολής του ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή, ξ άρα κι ο ρυθμός μεταβολής της ηλεκτρικής ροής μέσω της επιφάνειας A, $\frac{d\Phi_E}{dt}$, επίσης μειώνεται κατά ένα παράγοντα $\frac{1}{k}$. 0.5 Ωστόσο το μαγνητικό πεδίο γύρω από τον αγωγό που διαρρέεται από ρεύμα I δεν μπορεί να επηρεαστεί από την παρουσία του διηλεκτρικού. Άρα, το ρεύμα μετατόπισης που περικλείεται από την επιφάνεια A (έτσι όπως οριοθετείται από την κλειστή διαδρομή C_1) θα πρέπει να ισούται με I έτσι κ' αλλιώς 0.5

Ο μόνος τρόπος να συμβεί αυτό είναι να πολλαπλασιάσω το $\frac{d\Phi_E}{dt}$ με το k στον δεύτερο όρο του νόμου του Ampere ώστε να αντισταθμίσω την ισόποση μείωση του $\frac{d\Phi_E}{dt}$. Άρα:

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 k \frac{d\Phi_E}{dt}.$$ 1.0

3^{o} Θέμα.

Για τον 1^{o} φακό έχουμε:

$$\frac{1}{P_1} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{f_1}, \quad f_1 = +20cm, \quad P_1 = 40cm.$$

Άρα: $$\frac{1}{q_1} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{P_1} = \frac{P_1 - f_1}{P_1 f_1} = \frac{20}{800} cm^{-1} = 0.025\ cm^{-1} \Rightarrow$$

$$q_1 = 40\ cm. \qquad M_1 = -\frac{q_1}{P_1} = \frac{-40}{40} = -1.$$ 0.75

Για τον 2^{o} φακό:

$P_2 = 40 - 10\ cm = -30\ cm$ (το αντικείμενο είναι φανταστικό).

Άρα: $$\frac{1}{P_2} + \frac{1}{q_2} = \frac{1}{f_2} \Rightarrow \frac{1}{q_2} = \frac{P_1 - f_2}{P_1 f_2} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{q_2} = \frac{-30 + 15cm}{(-30)(-15)cm^2} = -\frac{15}{450} cm^{-1} \Rightarrow q_2 = -30\ cm.$$

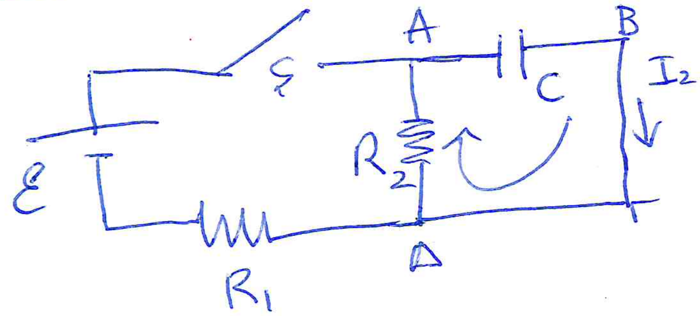
$$M_2 = \frac{30}{(-30)} = -1.$$ 0.75

Είδωλο φανταστικό, απέχει 30 cm. μπροστά από τον φακό f_2.

$$M_{ολ} = M_1 M_2 = +1.$$

Είδωλο, όρθιο & χωρίς μεγέθυνση. 0.5

4ο θέμα.



Σε σταθερή κατάσταση ο πυκνωτής δεν διαρρέεται από ρεύμα. Άρα η τάση στα άκρα του είναι ίση με την τάση στα άκρα του R_2. 0.5

$$V_C = I R_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_1+R_2} \cdot R_2 = (15\ k\Omega)\frac{20\ V}{10\ k\Omega + 15\ k\Omega} = 12\ V.$$

Τη χρονική στιγμή $t=0$, όταν ανοίξει ο διακόπτης, στο βρόχο ΑΒΓΔ θα αρχίσει να έχει ρεύμα, έστω I_2. Σύμφωνα με τον κανόνα των βρόχων του Kirchhoff, έχουμε: $-I_2 R_2 + V_C = 0 \Rightarrow -I_2 R_2 = -\frac{q}{C} \Rightarrow$

$$-\frac{dq}{dt} R_2 = -\frac{q}{C} \Rightarrow \qquad \frac{dq}{q} = -\frac{1}{R_2 C}dt \Rightarrow$$ 0.5

$\frac{dq}{dt} < 0$, εκφόρτιση πυκνωτή.

$$\int_{q_0}^{q} \frac{dq}{q} = -\int_0^t \frac{dt}{R_2 C} \Rightarrow$$

$$Q(t) = Q_0 e^{-t/R_2C} \Rightarrow \qquad V_C(t) = V_{C,0}\, e^{-t/R_2C} \Rightarrow$$

$$V_C(t=4ms) = 12\ V e^{-\frac{4\times10^{-3}s}{R_2 C}} \Rightarrow \qquad R_2C \rightarrow 15\times10^3 \times 0.4\times10^{-6}\ s$$

$$V_C(t=4ms) = 6.16\ V,$$ 0.5 και: $I_2(t=4ms) = \frac{V_C(t=4ms)}{R_2} \Rightarrow$

$I_2 = 4.1\times10^{-4} A.$ 0.5

5ο Θέμα

Η ποσότητα $D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda}$ ονομάζεται διασπορά του φράγματος, και δίνεται από τη σχέση:

0.5

$$D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d\cos(\theta)} \quad (1)$$ όπου: $m = 1$,

$\Delta\lambda = 589.59 - 589 = 0.59\ nm = 0.59 \times 10^{-9}\ m.$

$$d = \frac{25.4 \times 10^{-3}\ m}{1.26 \times 10^{4}\ \text{χαραγές}} = 2.016 \times 10^{-6}\ m = 2016\ nm.$$

και θ είναι η γωνία θέσης που θα εμφανισθεί είτε η 589nm ή η 589,59 nm γραμμή, στο φάσμα πρώτης τάξης, άρα:

$$d\sin\theta = m\lambda = \lambda \Rightarrow \sin\theta = \frac{\lambda}{d} \Rightarrow$$

1.0

$$\sin\theta = \frac{589}{2016} = 0.292 \Rightarrow \theta = 16.99^\circ.$$

Οπότε από (1):

$$\Delta\theta = \frac{\Delta\lambda}{d\cos(\theta)} = \frac{0.59nm}{2016nm\ 0.956} = 3.06 \times 10^{-4}\ rad \Rightarrow$$

0.5

$\Delta\theta = 0.0175^\circ.$