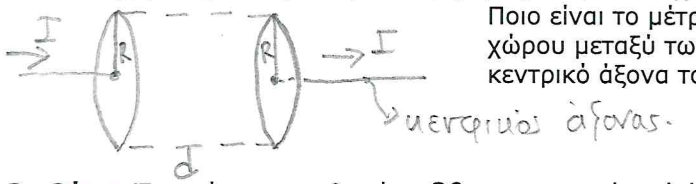
<u>ΕΞΕΤΑΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ ΦΙΙ ΙΟΥΝΙΟΥ 2020 (Α ΤΜΗΜΑ)</u>

ΔΙΑΒΑΣΤΕ ΠΟΛΥ ΠΡΟΣΕΚΤΙΚΑ ΤΗΝ ΕΚΦΩΝΗΣΗ ΤΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ.
ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΙ ΝΑ ΓΡΑΨΕΤΕ ΚΑΛΑ, Ι. ΠΑΠΑΔΑΚΗΣ.

<u>1ο Θέμα:</u> Ένα (απλουστευμένο) μοντέλο του ατόμου του υδρογόνου θεωρεί το ηλεκτρόνιο ως ένα σωματίδιο φορτίου $-e$, σε κυκλική τροχιά, ακτίνας $r_H=0{,}53\times10^{-10}$ m, γύρω από ένα πρωτόνιο (ένα σωματίδιο φορτίου $+e$). **α)** Πόση ενέργεια απαιτείται για τον πλήρη διαχωρισμό του ηλεκτρονίου από το πρωτόνιο; Για λόγους απλότητας, αγνοείστε την κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου. **β)** Ανάμεσα σε δύο σημεία ποιας διαφοράς δυναμικού κινείται το ηλεκτρόνιο όταν έχει απομακρυνθεί πλήρως από το πρωτόνιο; **(2)**

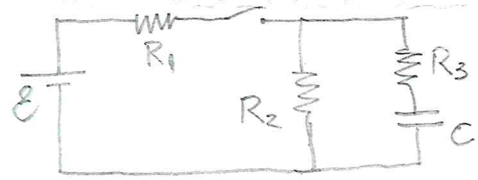
<u>2ο Θέμα:</u> Ένας επίπεδος πυκνωτής με παράλληλους κυκλικούς οπλισμούς ακτίνας $R=0{,}10$ m και απόστασης μεταξύ τους $d=0{,}10$ m, φορτίζεται με συνεχές ρεύμα 1,0 A.



Ποιο είναι το μέτρο του διανύσματος Poynting στην άκρη του χώρου μεταξύ των οπλισμών, σε απόσταση R από τον κεντρικό άξονα του πυκνωτή, ως συνάρτηση του χρόνου; **(2)**

<u>3ο Θέμα:</u> Ένα κέρμα τοποθετείται *20* cm μπροστά από ένα σύστημα δύο φακών. Ο φακός 1 (πλησιέστερα στο κέρμα) έχει εστιακή απόσταση $f1=+10$ cm, ο φακός 2, $f2=+12{,}5$ cm, ενώ η απόσταση μεταξύ των φακών είναι $d=10$ cm. Το τελικό είδωλο, είναι φανταστικό ή πραγματικό; Ανεστραμμένο ή όρθιο; Ποια η μεγένθυσή του; **(2)**

<u>4ο Θέμα:</u> Στο κύκλωμα του σχήματος: $\mathcal{E}$=1.2kV, $C=6.6$ μF, $R1=R2=R3=0.73$ MΩ. Με τον πυκνωτή C αρχικά πλήρως εκφορτισμένο, ο διακόπτης S ξαφνικά κλείνει (τη στιγμή $t=0$). Τη στιγμή $t=0$, πόσο είναι: **α)** το ρεύμα $I1$ στον αντιστάτη 1, το ρεύμα $I2$ στον αντιστάτη 2 και το ρεύμα $I3$ στον αντιστάτη 3; **β)** Για $t=\infty$ πόσο είναι το $I1$, το $I2$ και το $I3$; **(2)**



<u>5ο Θέμα:</u> Σ' ένα πείραμα διπλής σχισμής, το μήκος κύματος λ της φωτεινής πηγής είναι *405* nm, η απόσταση των σχισμών d είναι *19.44* μm και το πλάτος κάθε σχισμής a είναι *4.050* μm. Θεωρήστε τη συμβολή του φωτός από τις δύο σχισμές και την περίθλαση από τη κάθε μία. **α)** Πόσοι φωτεινοί κροσσοί συμβολής βρίσκονται εντός της κεντρικής κορυφής της περιβάλλουσας εικόνας περίθλασης; **β)** Πόσοι φωτεινοί κροσσοί συμβολής βρίσκονται εντός οποιασδήποτε από τις πρώτες πλευρικές κορυφές της περιβάλλουσας εικόνας περίθλασης; **(2)**

(**<u>ΠΡΟΣΟΧΗ:</u>** ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΑΠΑΡΑΙΤΗΤΟ ΟΤΙ ΘΑ ΧΡΕΙΑΣΤΕΙΤΕ ΟΛΕΣ ΤΙΣ ΒΟΗΘΗΤΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ):

$\mu_0=4\pi\times10^{-7}$ Tm/A, $\varepsilon_0=8.854\times10^{-12}$ (C^2/N)m^2, $e=1.602\times10^{-19}$ C, $V(r)=k_e(dq/r)$, $d\vec{B}=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I\,d\vec{s}\times\hat{r}}{r^2}$,

$u_b=B^2/2\mu_0$, $D=m/[d\cos(\theta)]$, $\oint\vec{E}\cdot d\vec{A}=\dfrac{Q_{εντός}}{\varepsilon_0}$, $\vec{F}_B=q\vec{u}\times\vec{B}$, $B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$, $\oint\vec{B}\,d\vec{s}=\mu_0 I+\mu_0\varepsilon_0\dfrac{d\Phi_E}{dt}$

$1/f=(n-1)(1/R_1-1/R_2)$, $\sin(\theta_{σκοτ})=m\lambda/2$, $\sin(\theta_{σκοτ})=m\lambda/a$, $\sin(\theta_{φωτ})=m\lambda/d$, $U=(1/2)C\Delta V^2$, $U=(1/2)LI^2$

1^{η} ερώτηση:

(a) Για να διαχωρίσουμε το ηλεκτρόνιο από το πρωτόνιο θα πρέπει να παραχθεί μηχανικό έργο στο ηλεκτρόνιο (από ένα εξωτερικό φορέα) επειδή το ηλεκτρόνιο & το πρωτόνιο έλκονται μεταξύ τους. Αυτό το έργο θα πρέπει να είναι (εξ' ορισμού) ίσου με τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας των δύο σωματιδίων, δηλαδή: 0.5

$$\Delta U = k_e\left(\frac{q_1 q_2}{r_f} - \frac{q_1 q_2}{r_i}\right),$$

όπου: $q_1 = -e$
$q_2 = +e$,
$r_i = r_H$ &
$r_f = \infty$, $k_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$.

Άρα:

$$\Delta U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(0 - \frac{-e^2}{r_H}\right) \rightarrow$$

$$\Delta U = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_H} = \frac{(1.6\times10^{-19}C)^2}{\left(4\pi\times 8.85\times10^{-12}\frac{C^2}{N}m^2\right)\cdot\left(0.53\times10^{-10}m\right)} \Rightarrow$$

$$\Delta U = 4.34\times10^{-18}\ J.$$

0.5

Άρα, η ενέργεια που απαιτείται για τον πλήρη διαχωρισμό του ηλεκτρονίου από το πρωτόνιο είναι 4.34×10^{-18} J.

(β). Το ηλεκτρόνιο κινείται στο πεδίο του πρωτονίου, από τη θέση r_H στη θέση $r_\infty = +\infty$.

Άρα, εξ ορισμού, η διαφορά δυναμικού μεταξύ των δύο σημείων θα είναι ίση με:

$$\Delta V = V(r_f) - V(r_i) = -\int_{r_i}^{r_f} \vec{E} \cdot d\vec{r} =$$

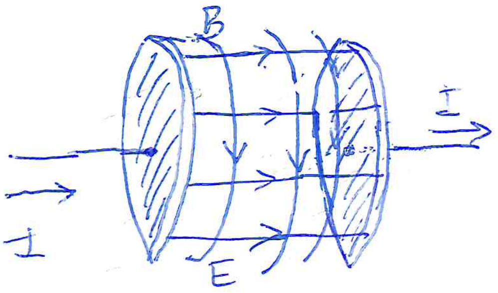
$$= -\int_{r_i}^{r_f} \frac{q_{\pi\rho\omega\tau o\nu\acute{\iota}o\upsilon}}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \hat{r} \cdot d\vec{r} = \frac{-e}{4\pi\varepsilon_0} \int_{r_H}^{\infty} \frac{dr}{r^2} \Rightarrow$$

$$\Delta V = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0} r^{-1} \Big|_{r_H}^{\infty} = \frac{-e}{4\pi\varepsilon_0 r_H} = \frac{\Delta U}{(-e)} \Rightarrow$$

$$\Delta V = \frac{4.34 \times 10^{-18} J}{-1.6 \times 10^{-19} C} = -27.1 V.$$

1

2ο Θέμα



Όσο ο πυκνωτής φορτίζει, το φορτίο των οπλισμών κ' το πεδίο μεταξύ τους αυξάνεται. Άρα κ' η ροή του πεδίου μέσω μίας επιφάνειας στο εσωτερικό των πυκνωτών, άρα κ' το ρεύμα μετατόπισης και το μαγνητικό πεδίο, B, που θα δημιουργεί αυτή η μεταβαλλόμενη ροή.

Το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ των πλακών είναι ομογενές (κάθετο στους οπλισμούς) κ' μηδενικό έξω απ' αυτούς. Το μαγνητικό πεδίο είναι παρόμοιο με το πεδίο που θα δημιουργούσε ένας αγωγός που θα διαρρεόταν με ρεύμα ίσο με το ρεύμα μετατόπισης, όπως φαίνεται στο σχήμα. Δηλαδή, οι γραμμές του μαγνητικού πεδίου σχηματίζουν κυκλικούς βρόχους γύρω από τον άξονα του πυκνωτή, προς την κατεύθυνση που ορίζεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού για το ρεύμα. Σε κάθε σημείο του χώρου, άρα κ' στην άκρη του χώρου μεταξύ των οπλισμών (που απέχουν απόσταση R από τον κεντρικό άξονα του πυκνωτή), τα $\vec{E}$ κ $\vec{B}$ είναι κάθετα.

Οπότε, το μέτρο του διανύσματος Poynting είναι:

0.5

$$S = \frac{1}{\mu_0} EB$$

α). Μέτρο ηλεκτρικού πεδίου:

$$E(t) = \frac{q(t)}{\varepsilon_0 A} = \frac{I \cdot t}{\varepsilon_0 A} = \frac{I t}{\varepsilon_0 \pi R^2}$$

(ίδιο σ' όλα τα σημεία μεταξύ των οπλισμών)

0.5

β) Για το μαγνητικό πεδίο:

$$\oint_{c} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \left(\vec{E} \cdot d\vec{A} \right) \Rightarrow$$

(για κλειστή διαδρομή ακτίνας R)

$$B 2\pi R = \mu_0 \varepsilon_0 \pi R^2 \frac{dE}{dt} = \mu_0 \cancel{\varepsilon_0} \cancel{\pi} \cancel{R^2} \frac{I}{\cancel{\varepsilon_0} \pi \cancel{R^2}} \Rightarrow$$

$$B(R) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$ 0.5 Άρα:

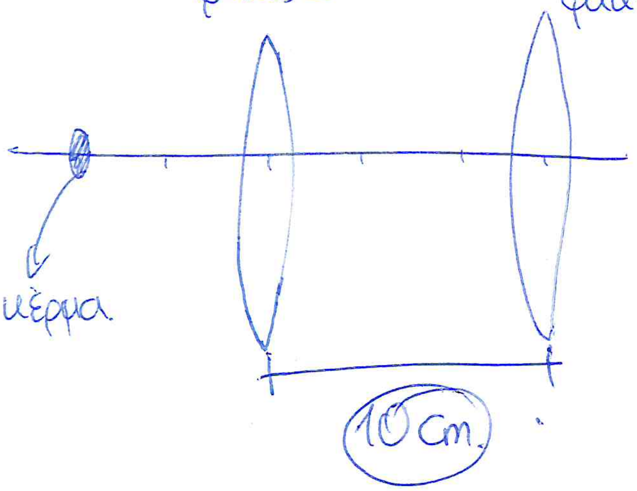
$$S = \frac{1}{\cancel{\mu_0}} \frac{I t}{\varepsilon_0 \pi R^2} \cdot \frac{\cancel{\mu_0} I}{2\pi R} \Rightarrow$$

$$S = \frac{I^2 t}{2\pi^2 R^3 \varepsilon_0} \Rightarrow S = \frac{(1A)^2}{2 \cdot \pi^2 (0.1m)^3 \cdot \varepsilon_0} t \Rightarrow$$

$$\boxed{S = 5.7 \times 10^2 \frac{W}{m^2 s} \cdot t} \rightarrow \text{χρόνος σε s.}$$

0.5

3^{o} Θέμα



α). Για τον φακό 1:

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{f_1}, \quad \text{όπου:}$$

$p_1 = 20\,cm, \quad f_1 = +10\,cm.$

άρα: $\frac{1}{q_1} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{p_1} = \frac{p_1 - f_1}{p_1 f_1} = 0.05\,cm^{-1} \Rightarrow$

$q_1 = 20\,cm.$ $\quad M_1 = \frac{-q_1}{p_1} = -1.$ 0.75.

β). Το είδωλο του πρώτου φακού είναι το φανταστικό αντικείμενο για τον δεύτερο φακό.

Άρα: $p_2 = d - q_1 = -10\,cm. \quad f_2 = +12.5\,cm,$

και: $\frac{1}{q_2} = \frac{p_2 - f_2}{p_2 \cdot f_2} = 0.18\,cm^{-1} \Rightarrow$

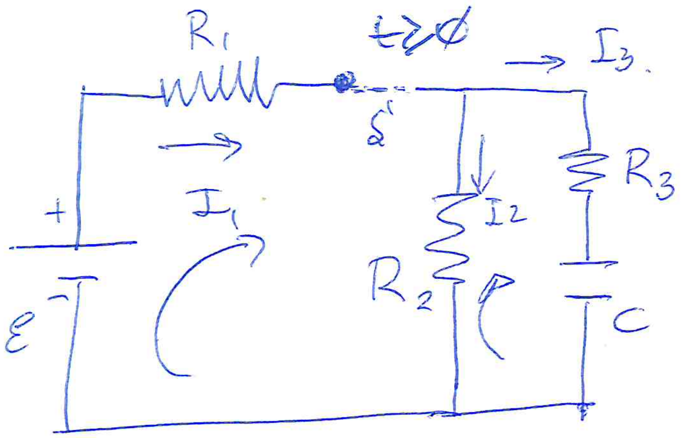
$q_2 = 5.6\,cm.$ $\quad M_2 = \frac{-q_2}{p_2} = \frac{-5.6}{-10} = 0.56$ 0.75.

Οπότε, το είδωλο είναι πραγματικό.

$M = M_1 M_2 = 0.56\,(-1) = -0.56$

Το είδωλο είναι περίπου το μισό από το αντικείμενο, ανεστραμμένο.

0.5



4ο Θέμα A

$t=0$:

$I_1 = I_2 + I_3$

$\mathcal{E} - I_1 R_1 - I_2 R_2 = 0$

$I_2 R_2 - I_3 R_3 + \Delta V_c = 0$

0.5

Τη χρονική στιγμή $t=0$:

$\Delta V_c = 0$.

Άρα: $I_1 = I_2 + I_3 \Rightarrow I_1 = 2I_2$.

$\mathcal{E} - (I_1 + I_2)R = 0 \Rightarrow \mathcal{E} = 3 I_2 R \Rightarrow$

$(I_2 - I_3) R = 0 \Rightarrow I_2 = I_3$.

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}}{3R} = 0.55 \times 10^{-3}\,A.$$

$I_1 = 1.1 \times 10^{-3}\,A$.

$I_3 = I_2 = 0.55 \times 10^{-3}\,A$.

0.5

Τη χρονική στιγμή: $t = \infty$, $I_3 = 0$.

Άρα: $I_1 = I_2 = I$, 5: $R_{ολ} = R_1 + R_2 \Rightarrow$

1

$$I = \frac{\mathcal{E}}{2R} = \frac{1.2 \times 10^3\,V}{2 \times 0.73 \times 10^6\,\Omega} = 8.2 \times 10^{-4}\,A.$$

5º: Θέμα

Στην εικόνα περίθλασης, σκοτεινούς κροσσούς έχουμε στις θέσεις:

0.25

$$\sin\theta_{σκοτ, περίθλαση} = m_n \frac{\lambda}{a}, \quad m_n = \pm 1, \pm 2, \ldots \quad (1)$$

Ενώ, στην εικόνα συμβολής από δύο σχισμές, οι φωτεινοί κροσσοί θα εμφανιστούν στις θέσεις:

0.25.

$$\sin\theta_{φωτ, συμβολής} = m_0 \frac{\lambda}{d} \quad m_0 = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \quad (2).$$

(α). Η κεντρική κορυφή της εικόνας περίθλασης βρίσκεται, μεταξύ των πρώτων ελαχίστων της εικόνας περίθλασης. Η γωνιακή θέση των πρώτων ελαχίστων (για m = 1 στην εξ. 1) είναι:

$$\sin\theta_{σκοτ, περίθλαση} = \pm \frac{\lambda}{a}. \quad (3).$$

Για να βρούμε πόσοι φωτεινοί κροσσοί συμβολής βρίσκονται εντός της κεντρικής κορυφής της περιβάλλουσας περίθλασης, θα πρέπει να βρούμε πόσες φορές μεγαλύτερο του $\sin\theta_{φωτ, συμβολής}$, για $m_0 = 1$ (αφού οι φωτεινοί κροσσοί ισαπέχουν). Είναι το $\sin\theta_{σκοτ., περιθ.}$

0.25

$$N = \frac{\text{αριθμός φωτεινών κροσσών συμβολής εντός της κεντρικής κορυφής της περιβάλλουσας περίθλασης}}{} = \frac{\lambda/a}{\lambda/d} \Rightarrow$$

$$N = \frac{d}{a} = \frac{19.44\ \mu m}{4.050\ \mu m} = 4.8$$ 0.25

Άρα, εντός της κεντρικής κορυφής περίθλασης έχουμε τον κεντρικό φωτεινό κροσσό συμβολής & 4 σε κάθε πλευρά του, άρα 9 φωτεινοί κροσσοί του σχηματισμού συμβολής.

(β) Η πρώτη πλευρική κορυφή στην εικόνα περίθλασης βρίσκεται μεταξύ του δεύτερου & του πρώτου ελαχίστου της εικόνας περίθλασης. Η γωνιακή θέση του δευτέρου ελαχίστου της εικόνας περίθλασης είναι στο σημείο:

$$\sin\theta_{\text{σημ. περίθλαση}} = 2\frac{\lambda}{a}.$$

Ισχύει: $N_2 = \frac{2\lambda/a}{\lambda/d} = 2 \cdot \frac{d}{a} = 9.6$, φωτεινοί κροσσοί συμβολής βρίσκονται εντός της κεντρικής & της πρώτης πλευρικής κορυφής της εικόνας περίθλασης.

Απ' αυτούς οι 4 είναι στην κεντρική κορυφή.

Άρα <u>5</u> φωτεινοί κροσσοί βρίσκονται εντός της πρώτης πλευρικής κορυφής (είτε πάνω είτε κάτω από την κεντρική κορυφή).