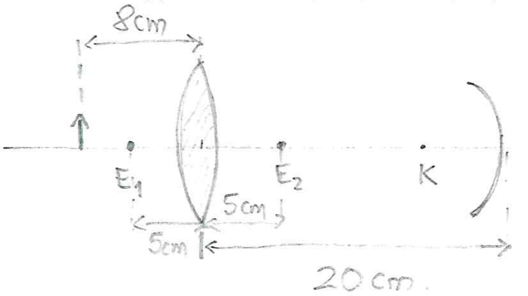
# ΕΞΕΤΑΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ ΦΙΙ ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

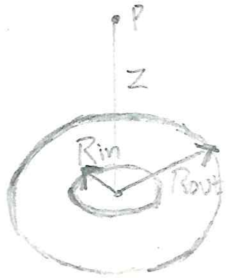
ΔΙΑΒΑΣΤΕ ΠΡΟΣΕΚΤΙΚΑ ΤΗΝ ΕΚΦΩΝΗΣΗ ΤΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ. ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ, Ι. ΠΑΠΑΔΑΚΗΣ

**1ο Θέμα:** Στην εικόνα φαίνεται ένας λεπτός συγκλίνων φάκος του οποίου οι επιφάνειες, 1 και 2, έχουν ακτίνες καμυλότητας *9* και *11 cm*. Ο φακός βρίσκεται μπροστά από ένα κοίλο σφαιρικό κάτοπτρο με ακτίνα καμπυλότητας *R=8 cm*.




Υποθέστε ότι οι εστίες $E_1$ και $E_2$ του φακού απέχουν *5 cm* από το κέτρο του. Ο φακός και το κάτοπτρο απέχουν μεταξύ τους *20 cm*, ενώ σε απόσταση *8 cm* αριστερά από τον φακό υπάρχει ένα αντικείμενο. Βρείτε: **α)** τον δείκτη διάθλασης του υλικού του φακού **(0.5)**, και **β)** τη θέση του τελικού ειδώλου, αφού το φως διέλθει δύο φορές μέσα από τον φακό **(1)**. **γ)** Το τελικό είδωλο είναι όρθιο ή ανεστραμμένο (και γιατί); **(0.5)**

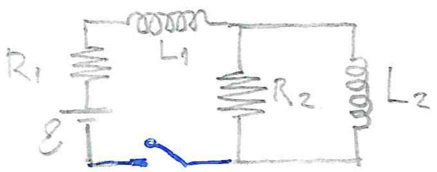
**2ο Θέμα:** Το σχήμα δείχνει ένα δίσκο με εξωτερική ακτίνα $R_{out}=13\ cm$, εσωτερική ακτίνα




$R_{in}=0.2R_{out}$ και ομοιόμορφη επιφανειακή πυκνότητα φορτίου $\sigma=6.2\ pC/m^2$. Να βρείτε το ηλεκτρικό δυναμικό στο σημείο *P* πάνω στον κεντρικό άξονα του δίσκου, σε απόσταση $z=2R_{out}$ από το κέντρο του. (Δίνεται ότι το ηλεκτρικό δυναμικό ομοιόμορφα φορτισμένου δακτυλίου, ακτίνας *α*, φορτίου *Q*, σε σημείο στον κεντρικό άξονα, σε απόσταση *x* από το κέντρο του δακτυλίου είναι:

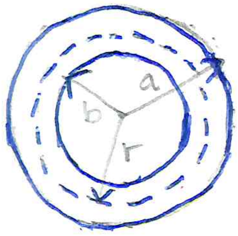
$V=k_e Q/\sqrt{(a^2+x^2)}$ ).**(2)**

**3ο Θέμα:** Στο σχήμα $R_1=8\Omega$, $R_2=10\Omega$, $L_1=0.3H$, $L_2=0.2H$, και η ιδανική μπαταρία έχει $\mathcal{E}=6V$.




**α)** Με τι ρυθμό μεταβάλλεται το ρεύμα στο πηνίο 1, αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη; **β)** Όταν το κύκλωμα βρίσκεται σε σταθερή κατάσταση, πόσο είναι το ρεύμα στο πηνίο 1; **(2)**

**4ο Θέμα:** Το σχήμα δείχνει μία διατομή ενός κυλινδρικού αγωγού με ακτίνες *α* και *b*, που τον




διαρρέει, ομοιόφορμα κατανεμημένο, ρεύμα, *I*. **α)** Βρείτε το μέτρο *B(r)* του μαγνητικού πεδίου, για ακτινική απόσταση *r* στο εύρος $b<r<a$. **(2)**. **β)** Υποθέστε ότι $a=2\ cm$, $b=1.8\ cm$, και $I=100A$. Σχεδιάστε το *B(r)* ως συνάρτηση του *r* **(0.5)**.

**5ο Θέμα:** Σε μία σχισμή πλάτους *0.3 mm* προσπίπτει φως με μήκος κυματος *580 nm*. Η οθόνη απέχει *2 m* από τη σχισμή. Βρείτε τις θέσεις των πρώτων σκοτεινών κροσσών και το πλάτος του κεντρικού φωτεινού κροσσού. **(1)** Πόσο θα αλλάξει το πλάτος, αν το πλάτος της σχισμής αυξηθεί στα *3 mm*. **(0.5)**

Δίνονται: $\mu_0=4\pi\times10^{-7}$ Tm/A, $\varepsilon_0=8.854\times10^{-12}$ $(C^2/N)m^2$, $V(r)=k_e(dq/r)$, $d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{s}\times\hat{r}}{r^2}$, $u_b=B^2/2\mu_0$,

$\oint\vec{E}\cdot d\vec{A}=\frac{Q_{\mu\varepsilon\sigma\alpha}}{\varepsilon_0}$ , $\vec{F}_B=q\vec{u}\times\vec{B}$ , $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ , $\oint\vec{B}\,d\vec{s}=\mu_0 I$ $\int x^n\,dx=\frac{x^{n+1}}{(n+1)}$ ,

$1/f=(n-1)(1/R_1-1/R_2)$

1ο Θέμα: Άσκηση 7 στο 14ο φυλλάδιο ασκήσεων του μαθήματος.

5ο Θέμα: Παράδειγμα 04.1 στο βιβλίο των Serway & Jewett.

$\boxed{2^{o}\text{ Θέμα}}$ Θεωρούμε τον δίσκο ως ένα σύνολο ομόκεντρων δακτυλίων, ακτίνας r, πλάτους dr, & φορτίου dq. Ισχύει: $dq = \sigma dA = \sigma(2\pi r dr) = 2\pi\sigma r dr$. Το δυναμικό αυτού του δακτυλίου στο σημείο P θα είναι (από δεδομένο άσκησης):

$$dV = \frac{k_e dq}{\sqrt{r^2 + 4R_{out}^2}} = \frac{k_e 2\pi\sigma r dr}{\sqrt{r^2 + 4R_{out}^2}} \quad (1).$$ (0.5)

Για να υπολογίσουμε το συνολικό δυναμικό στο P, ολοκληρώνουμε την εξίσωση (1) μεταξύ $R_{in}$ και $R_{out}$, & έχουμε:

$$V = \pi k_e \sigma \int_{R_{in}}^{R_{out}} \frac{2r dr}{\sqrt{r^2 + 4R_{out}^2}} = \pi k_e \sigma \int_{R_{in}}^{R_{out}} (r^2 + 4R_{out}^2)^{-1/2} 2r dr \Rightarrow$$

$$V = \pi k_e \sigma \int_{R_{in}}^{R_{out}} (r^2 + 4R_{out}^2)^{-1/2} d(r^2 + 4R_{out}^2) \quad (2).$$ (0.5)

Το ολοκλήρωμα στην παραπάνω σχέση είναι της μορφής: $\int x^n dx$, όπου $n = -1/2$, και $x = r^2 + 4R_{out}^2$. Η τιμή του ολοκληρώματος είναι $x^{n+1}/(n+1)$. Άρα, από την (2) έχουμε: (0.5)

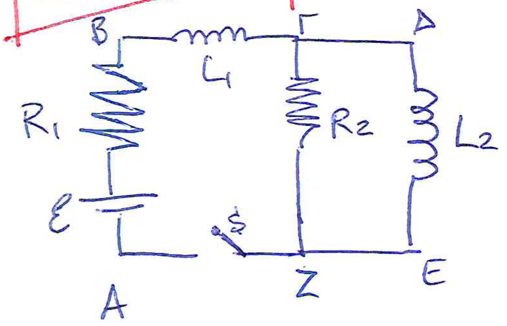
$$V = \pi k_e \sigma \left. \frac{(r^2 + 4R_{out}^2)^{1/2}}{1/2} \right|_{R_{in}}^{R_{out}} = 2\pi k_e \sigma \left[ (5R_{out}^2)^{1/2} - (R_{in}^2 + 4R_{out}^2)^{1/2} \right].$$

$$= 2\pi k_e \sigma \left[ (5R_{out}^2)^{1/2} - (4.04 R_{out}^2)^{1/2} \right] = 2\pi k_e \sigma R_{out} \left[ \sqrt{5} - \sqrt{4.04} \right]$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} R_{out} \times 0.23 = \frac{6.2 \times 10^{-12} C/m^2}{8.854 \times 10^{-12} (C^2/Nm^2)} \times \frac{0.13m \times 0.23}{2} = 1.05 \times 10^{-2} V.$$ (0.5)

$\left(k_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)$

## 3ο Θέμα




α). Την χρονική στιγμή $t=\phi$ το ρεύμα που διαρρέει τον οποιοδήποτε κλάδο του κυκλώματος είναι ίσο με μηδέν. Οπότε, αν εφαρμόσουμε τον κανόνα των βρόχων στο βρόχο ΑΒΓΖΑ, θα έχουμε:

$\mathcal{E} + \mathcal{E}_L = \phi$ (δεν υπάρχει πτώση τάσης στα άκρα των αντιστατών $R_1 + R_2$, αφού $I=\phi$). Άρα:

$$\mathcal{E} - L\frac{dI}{dt} = \phi \Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{L} \Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{6}{0.3} = 20\ A/s.$$

1.ϕ

β) Για τον εξωτερικό βρόχο, ΑΒΓΔΕΑ, ο κανόνας των βρόχων γράφεται ως εξής.

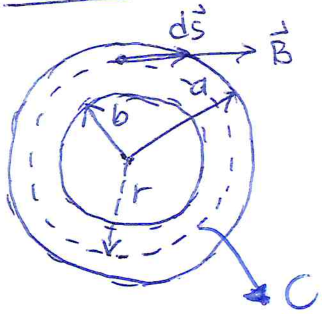
$$\mathcal{E} - IR_1 + \mathcal{E}_{L_1} + \mathcal{E}_{L_2} = \phi.$$

Όταν το κύκλωμα βρίσκεται σε σταθερή κατάσταση $\frac{dI}{dt} = \phi$, και άρα: $\mathcal{E}_{L_1} = \mathcal{E}_{L_2} = \phi$. Οπότε:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_1} = \frac{6\,V}{8\,\Omega} = 0.75\ A.$$

1.ϕ.

4ο ΘΕΜΑ:




Επειδή η διάταξη του κυλινδρικού αγωγού έχει υψηλό βαθμό συμμετρίας, θα χρησιμοποιήσω τον νόμο Ampère για να υπολογίσω το μαγνητικό πεδίο.

Θεωρώ κύκλο ακτίνας r, με $b<r<a$. (σχεδιασμένος με διακεκομμένη γραμμή).

Επιλέγω αυτό τον κύκλο ως διαδρομή ολοκλήρωσης για την εφαρμογή του νόμου του Ampere:

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 I' . \quad (1) \quad 0.5$$

Λόγω συμμετρίας, περιμένω το $\vec{B}$ να έχει το ίδιο μέτρο σ' όλα τα σημεία του κύκλου $\vec{s}$ να είναι παράλληλο με το $d\vec{s}$ (εφαπτόμενο διάνυσμα) σε κάθε σημείο του κύκλου. Άρα:

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{s} = \oint_C B\,ds = B\oint_C ds = B2\pi r \quad (2) \quad 0.5$$

Το ρεύμα $I'$ είναι αυτό που διέρχεται από τον αγωγό μεταξύ ακτίνας b & r. Επειδή το ρεύμα είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο στον αγωγό, θα πρέπει να ισχύει:

$$\frac{I'}{I} = \frac{\pi(r^2-b^2)}{\pi(a^2-b^2)} \Rightarrow I' = I\cdot\frac{(r^2-b^2)}{(a^2-b^2)} \quad (3) \quad 0.5$$

Από τις παραπάνω σχέσεις έχω τελικά:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi(a^2-b^2)}\cdot\frac{r^2-b^2}{r} \quad (4). \quad 0.5$$

5). Το μαγνητικό πεδίο για $r<b$ είναι ίσο με $\phi$, αφού $I_{εντός} = \phi$.

Για $a = 2 \times 10^{-2} m$, $b = 1.8 \times 10^{-2} m$, και $I = 100 A$, η σταθερά

$\frac{\mu_0 I}{2\pi (a^2 - b^2)}$, ισούται με: $\frac{2 \times 10^{-7}\, 100}{10^{-4}(4 - 1.8^2)} = 0.26\ T/m$

Για $r < 1.8\ cm$, $B = \phi$.

Για $r = 1.8\ cm$, $B = \phi$.

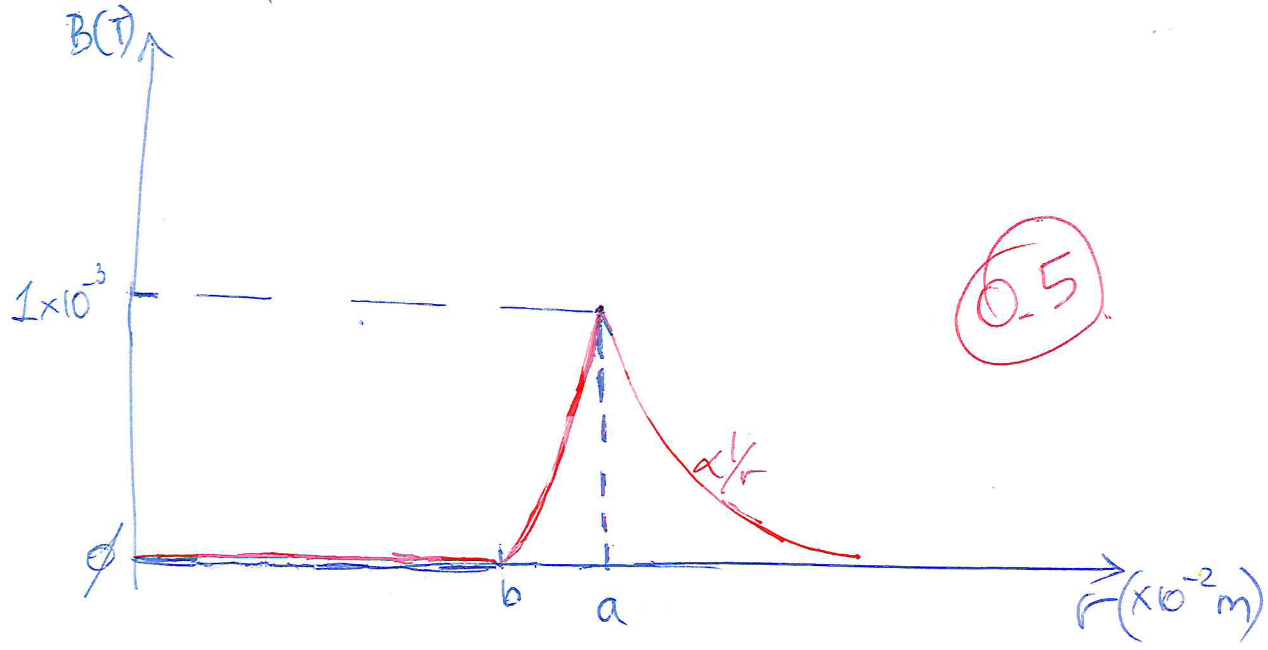
Για $r = 2\ cm$, $B = 0.26\ T/m \cdot \frac{10^{-4}(4 - 1.8^2)}{2 \times 10^{-2}} =$

$= 1. \times 10^{-3}\ T.$

Στο σημείο $r = a$, η σχέση (4) γράφεται:

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{\cancel{a^2 - b^2}}{\cancel{a^2 - b^2}} \frac{1}{r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$. Άρα, για $r > a$, $B(r) \propto \frac{1}{r}$.

Το διάγραμμα $B(r)$ ως προς $(r)$ θα είναι λοιπόν:




0.5