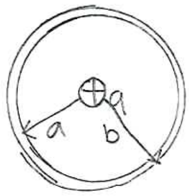
ΕΞΕΤΑΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ ΦΙΙ ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2017

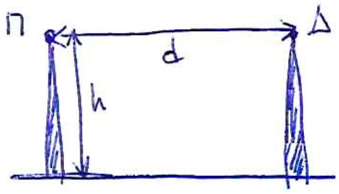
ΔΙΑΒΑΣΤΕ ΠΡΟΣΕΚΤΙΚΑ ΤΗΝ ΕΚΦΩΝΗΣΗ ΤΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ. ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΙ ΕΠΙΤΥΧΙΑ, Ι. ΠΑΠΑΔΑΚΗΣ.

1ο Θέμα: Δύο λεπτοί φακοί (μπορείτε να αγνοείστε το πάχος τους) εστιακών αποστάσεων f_1 και f_2 βρίσκονται σε επαφή. Δείξτε ότι είναι ισοδύναμοι με ένα λεπτό φακό του οποίου η εστιακή απόσταση είναι $f=f_1 f_2/(f_1+f_2)$. **(1.5)**

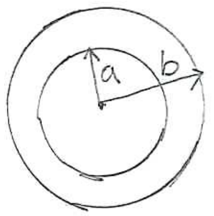
2ο Θέμα: Στο σχήμα, ένα μη αγώγιμο σφαιρικό κέλυφος, εσωτερικής ακτίνας $a=2$ cm και εξωτερικής ακτίνας $b=2.4$ cm έχει (μέσα στον όγκο του) θετική χωρική πυκνότητα φορτίου $\rho=A/r$, όπου A μία σταθερά και r είναι η απόσταση από το κέντρο του κελύφους. Επιπλέον, μία μικρή μπάλα φορτίου $q=45\times10^{-15}$ C είναι τοποθετημένη στο κέντρο του κελύφους. Ποια τιμή θα πρέπει να έχει το Α αν το ηλεκτρικό πεδίο εντός του κελύφους $(a\leq r\leq b)$ έχει σταθερό μέτρο (2).



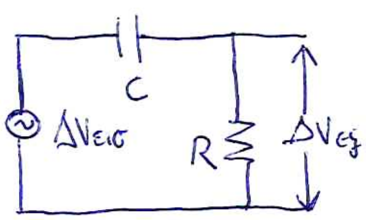
3ο Θέμα: Στην εικόνα φαίνεται ένας πομπός και ένας δέκτης ραδιοκυμάτων οι οποίοι χωρίζονται από απόσταση d και βρίσκονται σε ύψος h. Ο δέκτης μπορεί να λαμβάνει τα σήματα απευθείας από τον πομπό ή μέσω ανάκλασης στο έδαφος. Υποθέστε ότι το έδαφος ανάμεσα στον πομπό και στο δέκτη είναι επίπεδο και ότι κατά την ανάκλαση παρατηρείται αλλαγή φάσης 180^o. Βρείτε ποια είναι τα μεγαλύτερα μήκη κύματος που συμβάλλουν α) ενισχυτικά και β) καταστρεπτικά. **(2)**



4ο Θέμα: Το σχήμα δείχνει τη διατομή ενός αγώγιμου κυλίνδρου μεγάλου μήκους, με εσωτερική ακτίνα $a=2$ cm και εξωτερική ακτίνα $b=4$ cm. Τον κύλινδρο τον διαρρέει ρεύμα από τη σελίδα προς τα έξω και το μέτρο της πυκνότητας του ρεύματος (στη διατομή) δίνεται από την εξίσωση: $J=Dr^2$, με $D=3\times10^6 A/m^4$ και το r (που μετράει την απόσταση από τον κεντρικό άξονα του κυλίνδρου) σε μέτρα. Πόσο είναι το μαγνητικό πεδίο, $\vec{\mathbf{B}}$, σ' ένα σημείο που βρίσκεται 3 cm από τον κεντρικό άξονα του κυλίνδρου; **(2.0)**



5ο Θέμα: Το φίλτρο διέλευσης υψηλών συχνοτήτων RC της εικόνας έχει ωμική αντίσταση $R=0.5$ Ω και χωρητικότητα $C=613$ μF. **α)** Βρείτε μία σχέση για το λόγο του πλάτους της τάσης εξόδου ως προς το πλάτος της τάσης εισόδου, συναρτήσει των R, C και της συχνότητας ω της πηγής εναλλασσόμενου ρεύματος **(1)**. Πόσο είναι αυτός ο λόγος αν η συχνότητα της πηγής είναι $600Hz$ **(0.5)**; **β)** Σε ποιά τιμή τείνει ο λόγος αυτός καθώς η συχνότητα μειώνεται προς το μηδέν ή τείνει προς το άπειρο; **(1)**



Δίνονται: $\mu_0=4\pi\times10^{-7}$ Tm/A, $\varepsilon_0=8.854\times10^{-12}$ $(C^2/N)m^2$, $V(r)=k_e(dq/r)$, $d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{s}\times\hat{r}}{r^2}$, $u_b=B^2/2\mu_0$,

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A}=\frac{Q_{εντός}}{\varepsilon_0} \qquad \vec{F}_B=q\vec{u}\times\vec{B} \qquad B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad \oint \vec{B}\,d\vec{s}=\mu_0 I$$

1ο ΘΕΜΑ

Για να βρούμε τη ζητούμενη εστιακή απόσταση, θεωρούμε αντικείμενο που βρίσκεται πολύ μακριά από το σύστημα των δύο λεπτών φακών. Το τελικό είδωλο σχηματίζεται από τους δύο φακούς, όπου το είδωλο του πρώτου φακού είναι το αντικείμενο για τον δεύτερο.

Για τον πρώτο φακό, ισχύει ότι:

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q_1}=\frac{1}{f_1},$$

αφού (πρακτικά) $p=\infty$, $q_1=f_1$, δηλ. το είδωλο βρίσκεται στην εστία του. 0.5.

Αυτό το είδωλο είναι το (φανταστικό) αντικείμενο για τον δεύτερο φακό. Άρα, για τον δεύτερο φακό, $p_2=-q_1$ 0.25 και χρησιμοποιώντας την εξίσωση των λεπτών φακών,

$$\frac{1}{p_2}+\frac{1}{q_2}=\frac{1}{f_2} \Rightarrow \frac{1}{q_2}=\frac{1}{f_2}-\frac{1}{p_2}=\frac{1}{f_2}-\frac{1}{(-q_1)}=$$

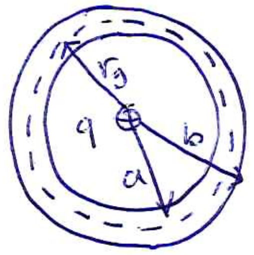
$$=\frac{1}{f_2}-\frac{1}{(-f_1)}=\frac{1}{f_2}+\frac{1}{f_1}=\frac{f_1+f_2}{f_1 f_2} \Rightarrow q_2=\frac{f_1 f_2}{f_1+f_2}$$

0.5

Αφού $p=\infty$, η απόσταση στην οποία σχηματίζεται το είδωλο (q_2), είναι, εξ' ορισμού, η εστιακή απόσταση του συστήματος των φακών, άρα:

$$f=q_2 \Rightarrow \boxed{f=\frac{f_1 f_2}{f_1+f_2}}$$ 0.25.

2ο ΘΕΜΑ



Θεωρώ σφαιρική επιφάνεια Gauss, ακτίνας r_g, με $a<r_g<b$. Θα χρησιμοποιήσω το νόμο του Gauss για να βρω το μέγεθος του ηλεκτρικού πεδίου στην απόσταση r_g.

Το ηλεκτρικό φορτίο στο κέλυφος, μέσα στην σφαιρική επιφάνεια Gauss θα δίνεται από το ολοκλήρωμα:

$q_{εντός,κέλυφος} = \int \rho \, dV$, όπου η ολοκλήρωση γίνεται στον όγκο του κελύφους που βρίσκεται μέσα στην σφαιρική επιφάνεια Gauss.

Επειδή η κατανομή φορτίου έχει σφαιρική συμμετρία, θεωρώ στοιχειώδη όγκο σφαιρικού κελύφους ακτίνας r και πάχους dr:

$\boxed{dV = 4\pi r^2 dr}$. 0.5 Άρα: $q_{εντός,κέλυφος} = 4\pi \int_a^{r_g} \rho r^2 dr = 4\pi \int_a^{r_g} \frac{A}{r} r^2 dr \Rightarrow$

$$q_{εντός,κέλυφος} = 4\pi A \int_a^{r_g} r\,dr = 2\pi A \left(r_g^2 - a^2\right) \quad (1)$$

Άρα, το συνολικό φορτίο εντός της σφαιρικής επιφάνειας Gauss είναι: $q_{εντός} = q + 2\pi A (r_g^2 - a^2)$ (2). 0.5.

Σύμφωνα με το νόμο του Gauss: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{εντός}}{\varepsilon_0}$. Επειδή το ηλεκτρικό πεδίο είναι ακτινικό (λόγω συμμετρίας), θα είναι:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int E\,dA = E \int dA = E 4\pi r_g^2 = \frac{q + 2\pi A (r_g^2 - a^2)}{\varepsilon_0} \Rightarrow$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{q}{r_g^2} + 2\pi A - \frac{2\pi A a^2}{r_g^2} \right]. \quad (3)$$ 0.5

Για να είναι το πεδίο ομογενές, δεν θα πρέπει να εξαρτάται από το r_g, άρα θα πρέπει: $\frac{q}{r_g^2} - \frac{2\pi A a^2}{r_g^2} = 0 \Rightarrow A = \frac{q}{2\pi a^2} \Rightarrow$

$$A = \frac{45 \times 10^{-15}\ C}{2\pi\ (2\times 10^{-2} m)^2} \Rightarrow \boxed{A = 1.79 \times 10^{-11}\ \frac{C}{m^2}}$$ 0.5

3ο θέμα: 1η άσκηση, φυλλάδιο 15.

4ο θέμα: συνεπτικό πρόβλημα 29-3, (βιβλίο Halliday, Resnick + Walker).

5ο θέμα: 2η άσκηση, φυλλάδιο 11.