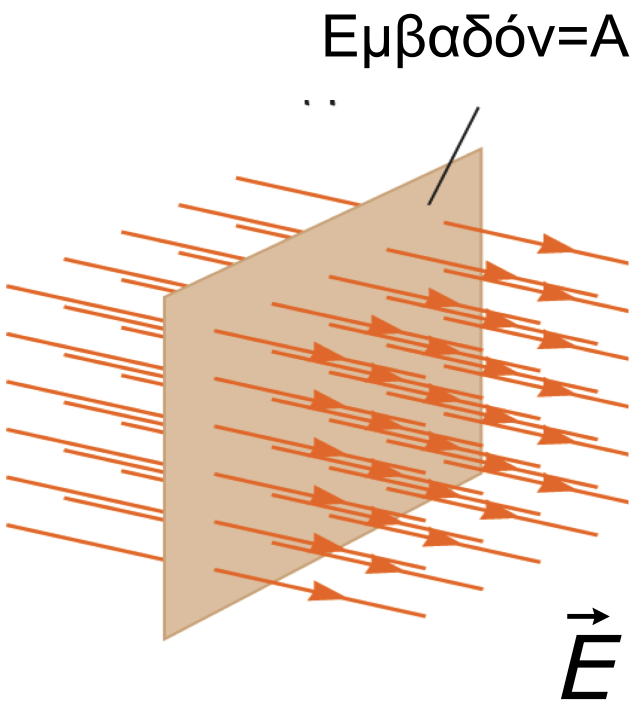
# Ηλεκτρική ροή

**Ηλεκτρική ροή:** φυσικό μέγεθος (μονόμετρο) που δηλώνει τον αριθμό των δυναμικών γραμμών ενός ηλεκτρικού πεδίου που διαπερνούν μία επιφάνεια.

<u>Παράδειγμα 1:</u> Ομογενές πεδίο και επιφάνεια κάθετη στον φορέα του πεδίου.

Η ηλεκτρική ροή είναι ίση με το γινόμενο του μέτρου του ηλεκτρικού πεδίου, Ε, επί το εμβαδόν *A* της επιφάνειας:

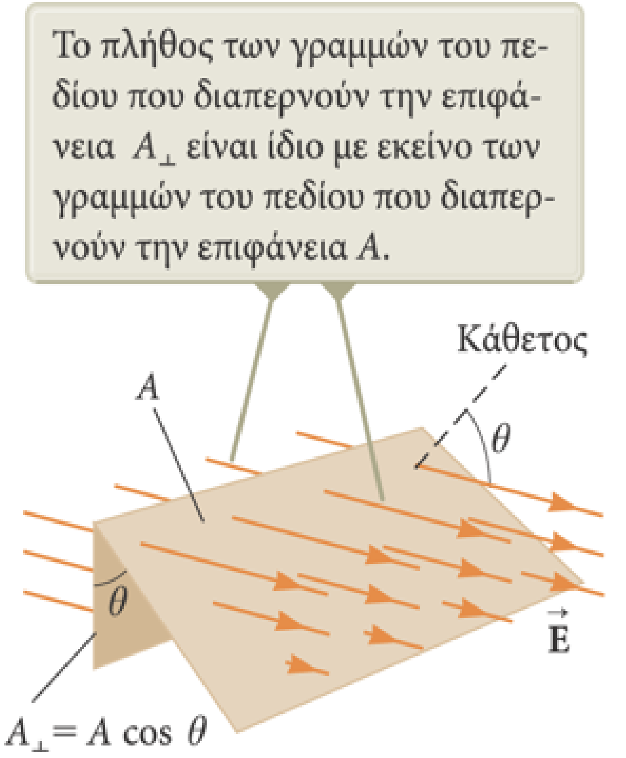
$$\Phi_E = EA \text{ (Μονάδες: } \mathrm{N \cdot m^2 / C})$$



Παράδειγμα 2: Ομογενές πεδίο και επιφάνεια υπό γωνία θ (γωνία μεταξύ του διανύσματος του ηλεκτρικού πεδίου και κάθετης ευθείας στην επιφάνεια).

Σε αυτή την περίπτωση,

$$\Phi_E = EA\cos\theta$$




Η ηλεκτρική ροή έχει μέγιστη τιμή όταν η επιφάνεια είναι κάθετη στο πεδίο ($\theta$ = 0°).

Η ηλεκτρική ροή έχει μηδενική τιμή όταν η επιφάνεια είναι παράλληλη στο πεδίο ($\theta$ = 90°).

Τα προηγούμενα ισχύουν σε περίπτωση ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου και επιφάνειας σταθερού εμβαδού και προσανατολισμού (σε σχέση με το πεδίο).

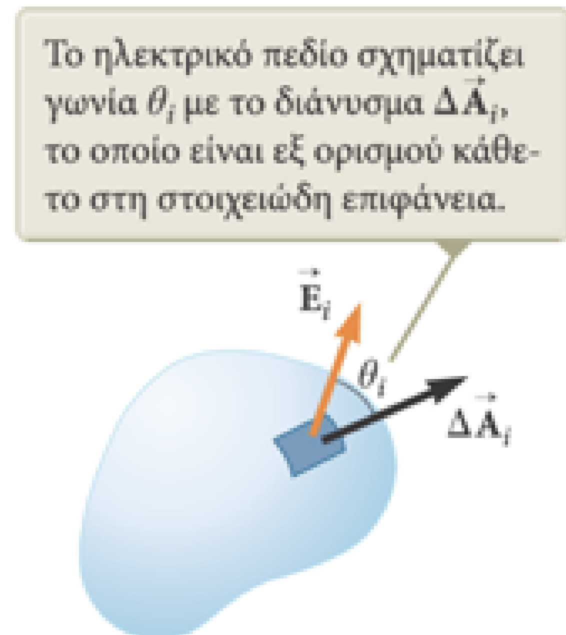
<u>Γενική περίπτωση:</u>

1) Το πεδίο δεν είναι ομογενές (δεν έχει την ίδια τιμή, κατεύθυνση και φορά) σε κάθε σημείο της επιφάνειας.

2) το πεδίο είναι ομογενές, αλλά η επιφάνεια δεν είναι επίπεδη.

Σ΄αυτές τις περιπτώσεις η σχέση $\Phi = E\Delta A\cos(\theta)$ ισχύει μόνο για μια στοιχειώδη επιφάνεια $\Delta A$. Πως βρίσκουμε σ΄αυτή την περίπτωση τη συνολική ηλεκτρική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια;

Σ΄αυτή την περίπτωση ξετάζουμε στοιχειώδη τμήματα επιφάνειας. Για παράδειγμα, για το στοιχειώδες τμήμα εμβαδού $Δα_i$ (στο διπλανό σχήμα) ισχύει:




$$\Phi_E = E_i \Delta A_i \cos\theta_i = \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{A}_i$$

Οπότε η συνολική ροή είναι ίση με:

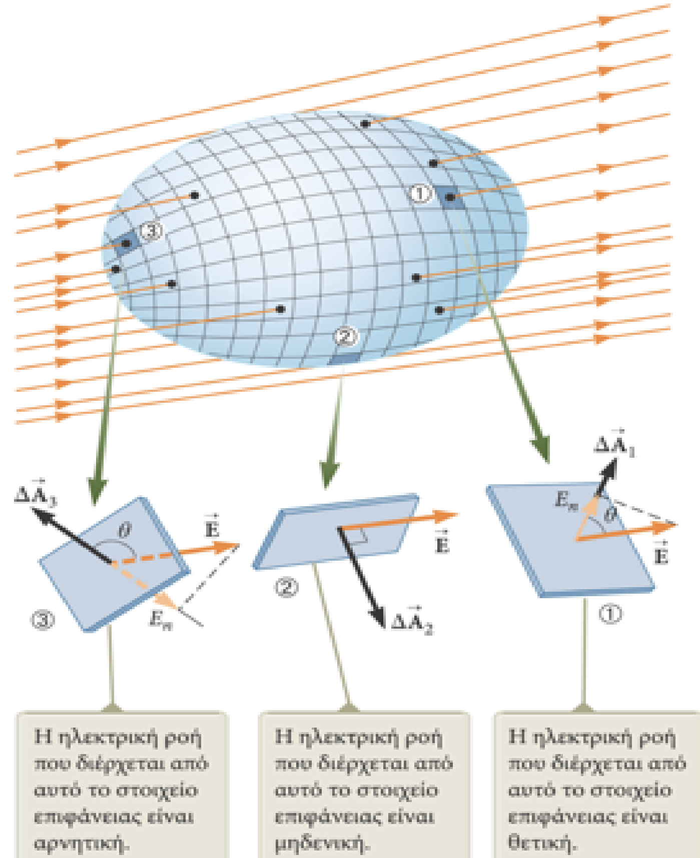
$$\Phi_E = \lim_{\Delta A_i \to 0} \sum \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{A}_i = \int \vec{E}_i \cdot d\vec{A}_i$$

Η παραπάνω εξίσωση είναι ένα επιφανειακό ολοκλήρωμα, δηλαδή πρέπει να υπολογιστεί σε ολόκληρη την υπό εξέταση επιφάνεια.

Γενικά, η τιμή της ηλεκτρικής ροής εξαρτάται τόσο από τη μορφή του πεδίου όσο και από την επιφάνεια.

# Ηλεκτρική ροή – Κλειστή επιφάνεια

Θεωρούμε μια κλειστή επιφάνεια. Τα διανύσματα $\Delta\vec{A}_i$ δείχνουν προς διαφορετικές κατευθύνσεις. Σε κάθε σημείο, είναι κάθετα στην επιφάνεια. **Λόγω σύμβασης**, δείχνουν προς τα έξω.




Στο στοιχείο (1), οι γραμμές του πεδίου διαπερνούν την επιφάνεια από το εσωτερικό προς το εξωτερικό. $\theta < 90^o$ και η ροή Φ είναι θετική.

Στο στοιχείο (2), οι γραμμές του πεδίου εφάπτονται στην επιφάνεια. $\theta = 90^o$ και η ροή $\Phi = 0$.

Στο στοιχείο (3), οι γραμμές του πεδίου διαπερνούν την επιφάνεια από το εξωτερικό προς το εσωτερικό. $180^o > \theta > 90^o$ και η ροή Φ είναι αρνητική.

Και για την κλειστή επιφάνεια, η ηλεκτρική ροή ορίζεται ως εξής:

$$\Phi_C = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint E_n \, dA$$

όπου $E_n$ είναι η συνιστώσα του πεδίου κάθετη σε κάθε στοιχειώδη επιφάνεια, και το ολοκλήρωμα υπολογίζεται πάνω σε ολόκληρη την κλειστή επιφάνεια.

Σ΄αυτή την περίπτωση, η ηλεκτρική ροή αντιστοιχεί στη συνολική, **καθαρή** ηλεκτρική ροή που διέρχεται από κλειστή επιφάνεια και ισούται με τη διαφορά του πλήθους των γραμμών που εξέρχονται από την επιφάνεια μείον το πλήθος των γραμμών που εισέρχονται σε αυτήν.

# Ο νόμος του Gauss

Ο νόμος του Gauss εκφράζει τη γενική σχέση μεταξύ της συνολικής ηλεκτρικής ροής που διέρχεται από μια κλειστή επιφάνεια και του φορτίου που αυτή περιέχει (η κλειστή επιφάνεια συχνά λέγεται και *επιφάνεια Gauss)*.

Με λόγια:

Η συνολική ηλεκτρική ροή που διέρχεται από <u>οποιαδήποτε</u> κλειστή επιφάνεια γύρω από <u>οποιαδήποτε</u> κατανομή φορτίου $Q_{εντός}$ δίνεται από τον λόγο $Q_{εντός}/\epsilon_o$ και δεν εξαρτάται από το σχήμα της επιφάνειας.

Η συνολική ηλεκτρική ροή που διέρχεται από μια κλειστή επιφάνεια η οποία δεν περικλείει φορτίο ($Q_{εντός}=0$) είναι ίση με μηδέν.

Ή, με μαθηματικά:

$$\Phi_C = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = Q_{εντός}/\varepsilon_o$$

αν $Q_{εντος}$ διάφορο του μηδενός (δηλ αν υπάρχει φορτίο εντός της κλειστής επιφάνειας)

$$\Phi_C = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$$

αν δεν υπάρχει φορτίο εντός της κλειστής επιφάνειας (δηλ αν $Q_{εντος}$=0).

$\vec{E}$ είναι το ηλεκτρικό πεδίο, σε κάθε σημείο της επιφάνειας, που οφείλεται σε φορτία που μπορεί να βρίσκονται είτε μέσα είτε έξω από την επιφάνεια.

$Q_{εντος}$ είναι το ολικό φορτίο (το αλγεβρικό άθροισμα όλων των φορτίων) που περιέχεται στην κλειστή επιφάνεια.

## Εφαρμογή του νόμου του Gauss

Θεωρητικά, ο νόμος του Gauss μπορεί χρησιμεύσει στον υπολογισμό του $\vec{E}$, για οποιαδήποτε διάταξη φορτίων.

Στην πράξη όμως χρησιμοποιείται κυρίως σε περιπτώσεις όπου υπάρχει συμμετρία στην κατανομή του φορτίου.

Κανόνες στην εφαρμογή του νόμου: Η επιφάνεια Gauss είναι μια γεωμετρική επιφάνεια που επιλέγουμε εμείς. **Δεν** είναι απαραίτητο να συμπίπτει με μια πραγματική επιφάνεια.

*Εκμεταλλευτείτε τη συμμετρία*.

Επιλέξτε μια επιφάνεια Gauss η οποία επιτρέπει την απλούστευση του επιφανειακού ολοκληρώματος και τον υπολογισμό του ηλεκτρικού πεδίου:

- Η τιμή του ηλεκτρικού πεδίου μπορεί να θεωρηθεί σταθερή, λόγω συμμετρίας, σε ολόκληρη την επιφάνεια.
- Το εσωτερικό γινόμενο $\vec{E} \cdot d\vec{A}$ μπορεί να εκφραστεί ως απλό αλγεβρικό γινόμενο *EdA,* επειδή τα διανύσματα $\vec{E}$ και $d\vec{A}$ είναι παράλληλα.
- Το εσωτερικό γινόμενο είναι ίσο με 0, επειδή τα διανύσματα $\vec{E}$ και $d\vec{A}$ είναι κάθετα μεταξύ τους.